Math., I, 14, d. Math., I, 14, d. Commencement d'une feuille :

Elementa plani [1] in calculum redigere conabor, ut specimen exhibeam Calculi Situs quem excogitavi [2]. . . . .

Math., I, 15. Math., I, 15 (8 p. in-4°). Copie de la main d'un secrétaire.

De Calculo Situum.

P. 1. § 1. Ut in Calculo Magnitudinum < cum ipsas Magnitudines formamus dum > addimus, multiplicamus, in se ducimus et horum reciproca peragimus, tùm etiam conferimus per rationes, aliasve relationes progressiones ac denique Majoritates, Minoritates et Æquationes. Ita in Situ formamus Extensa per Sectiones et Motus, deinde conferimus, spectamusque in eis præter Magnitudines Similitudinem, Congruentiam (ubi concurrunt Æqualitas et Similitudo) Coincidentiam, adeoque Determinationem. Determinatum enim est cui aliquid, iisdem positis conditionibus, coincidere debet.

§ 2. Et ut doctrina Magnitudinis sua habet Axiomata, veluti Totum sua parte majus est. Quod majus est majore majus est minore. Si æqualibus æqualia addas proveniunt æqualia, aliaque id genus. Ita Doctrina Situs Axiomata propria habet qualia sunt :

Si Similitudo, Congruentia, Coincidentia sint in Determinantibus, esse etiam in determinatis, et vicissim, si ea sint in Determinatis erunt quoque in Determinantibus simplicissimis.

Exempli causa. Ponamus non nisi unicam Rectam a puncto ad punctum duci posse, sequetur omnes Rectas esse inter se similes, quia ad determinandam Rectam ab A. ad B. nihil aliud opus est quam assumi A, B. et ad aliam LM, saltem assumi situm punctorum L, M. Situs vero duorum punctorum situi aliorum duorum semper similis est quia nihil differentiæ præter solam magnitudinem distantiæ totius assignari potest, sed magnitudo jam est aliquid ad tertium relatum. < Non tamen Situs punctorum

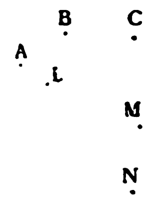
1. C'est-à-dire la Géométrie plane, opposée aux « Solidi Elementa ».
2. Cf. Math., I, 1, b, et note.

duorum Situi punctorum aliorum < duorum > plane [idem] < con- MATH., I. 15.
gruus > erit nisi ita ponantur ut quodlibet Extensum continuum quod applicari potest inter Terminos unius situs possit etiam applicari inter Terminos situs alterius. >

Similia vero sunt quæ ambo seorsim spectata sunt indiscernibilia ita ut nihil sumi possit in uno cui simile sumi nequeat in altero, abstrahendo ubique ab aliquâ determinatâ Magnitudine nisi excipias magnitudinem Angulorum, quæ ad doctrinam situum, non vero ad doctrinam Magnitudinum referri debet.

Cum ergo probaverimus omnes situs binorum punctorum esse similes, etiam determinata, seu omnes Lineæ Rectæ erunt Similes.

| § 3. Contra non omnia Triangula per situm trium punctorum deter- P. 2.
minata sunt similia inter se. neque enim ABC similiter se habent ut LMN. Potest enim Distantia AB ad Distantiam BC aliam rationem habere quam Distantia LM ad distantiam MN, ita ut in determinantibus sit dissimilitudo. ex quo patet etiam in duabus Rectis lineis tria puncta tribus aliis dissimiliter sita eligi posse.



Nam similitudo a determinato reciprocè tantum valet ad purè determinantia, non etiam ad ea quæ sunt plùs quàm determinantia.

Sic, etiamsi Circulus determinetur per tria puncta peripheriæ data, et omnes Circulos inter se similes esse minime sit negandum, tamen hîc Consequentia non valet a determinatorum similitudine ad determinantium similitudinem, quia Peripheriæ tria puncta data plùs determinant, quàm ipsum Circulum, scilicet etiam certum Angulum in segmento, et tres partes peripheriæ determinatam ad totum Circulum rationem habentes.

At contra si Circuli duo determinentur per datas duas Chordas et per æquales Angulos in segmentis super Chordas factis, tum demum Circuli non solum similes erunt, sed etiam similiter determinati. Hic autem quæstio nec de tali quidem determinatione est, sed saltem de primis et simplicissimis determinantibus, quæ ubi determinata fiunt similia, etiam similia esse debent.

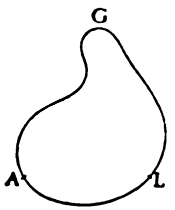
Si vero contingeret, dissimilia determinantia nihilominus dare similia determinata, id ipsum certo indicio est hanc determinationem non esse simplicissimam, sed aliam dari simpliciorem.

Math., I, 15. § 4. Uti Magnitudinum Logisticam seu Mathesin generalem ad calculum reducimus, utimurque imprimis rationibus et æquationibus, ita calculus quidam in situ institui potest per similitudines et congruentias. P. 3. | Literæ autem in Calculo Magnitudinis designare solent ipsas Magnitudines. In Calculo Situs possunt designare puncta et loca. Hinc si YA $\simeq$ B.A.[1] locus omnium Y est superficies sphæræ.

In hac Consignatione B.A. significat situm puncti B. ad punctum A, sed $\simeq$ est signum congruitatis. Sensus ergo illius Consignationis talis est. Quodlibet indeterminatum Y eum situm habere ad punctum determinatum. A quem habet B ad A. unde intelligitur ipsum B quoque inter ea Y seu in eadem superficie sphæræ esse. Sed si posuissem Y.A. $\simeq$ B.C. non opus fuerit B in superficie sphæræ poni. < Sed jam maneat Y.A. $\simeq$ B.A. >

§ 5. Jam positâ aliâ adhuc sphærâ ZL. $\simeq$ ML. et considerando has duas superficies sphæricas se intersecare et loca communium concursuum vocari V. unumquodque V. erit simul Y. et Z. ut scribere possim V.A. $\simeq$ BA et V.L. $\simeq$ ML. Potest autem B assumi coincidens ipsi M (quod ita signatur B ∞ M) quod vocetur F, determinatum ex ipsis V. fietque V.A. $\simeq$ F.A. et V.L. $\simeq$ F.L. unde componendo fit V.A.L. $\simeq$ F.A.L. unde sequitur, Lineam in qua se secant duæ superficies sphæricæ ejus esse naturæ ut quodvis ejus punctum V habeat ad duo data A.L. situm eundem. quem constans F. (quæ proinde una est ex ipsis V) ad eadem puncta A.L.

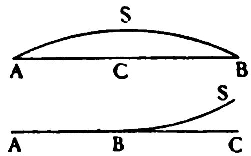
§ 6. Idem etiam sic enuntiari poterat : Quodvis punctum[2] A.G.L. cujus duo puncta A. et L. quiescunt, motu suo talem lineam V.V.V. describet qualem formant duæ superficies sphæricæ sua intersectione, id est Circularem, quia cum Extensum ponatur rigidum adeoque punctum quodvis ut G suum situm servet ad puncta A.L. durante motu extensi continuo quiescentia, inde quodlibet Vestigium ipsius G. circumvoluti situm eundem ad duo puncta fixa A. et L. retinebit non aliter ac suprà scripsimus V.A.L $\simeq$ F.A.L.



1. Ce signe de congruence se trouve dans l'*Analysis Geometrica propria*, 1698 (*Math.*, V, 172) et dans l'*In Euclidis* πρῶτα (*Math.*, V, 185).
2. Lire : *extensum*.

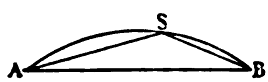
| § 7. Puncta vero quævis quæ dicto Motu durante unà cum punctis A et L quiescunt, eo ipso quia quiescunt, oportet esse situs sui ad A. et L. unica. Nam si moverentur pluribus locis eundem situm ad A et L. exhibere possent, siquidem omnia eorum vestigia eundem situm ad A. et L. haberent. Jam vero ea puncta sunt sua ipsorum vestigia, id est describent Circulos indefinite parvos sive evanescentes in puncta. Ita prodit Linea Recta cujus Expressio hæc erit. Posito puncto quovis ejus indeterminato R. dicetur R.A.L. Unicum seu si R.AL $\simeq$ (R)A.L. erit R ∞ (R). Math., I, 15. P. 4.

§ 8. Hinc patet duas Rectas non transire per eadem duo puncta ut ABC et ABS. nam si in Rotatione Plani punctis A. et B. fixis totum planum moveatur, illa rotatio efficiet ut quicquid semel fuit altero superius seu propius externo initio rotationis id facie versa fiat postea inferius seu remotius ab initio rotationis externo. At, si tàm Lineæ ASB quàm ACB essent Rectæ, facta rotatione ad Fixa puncta A. et B. oporteret ambas quiescere ex natura Lineæ Rectæ modo ostensâ. Si ambæ quiescerent, S semper maneret suprà extensum ACB et nunquàm caderet infrà, quod est contrà Naturam Rotationis.



§ 9. Hinc statim colligimus Rectas inter se similes esse, habere partem toti similem, quin etiam Rectam Lineam esse simplicissimam, cum nihil aliud quàm extrema ad totam suam determinationem requirat, adeoque et minimam inter extrema, et pro distantiâ punctorum in posterum sumi posse. Pro distantiâ sumetur, quia Terminis immotis, distantiam Terminorum oportet esse immotam. Si ergo alia Linea inter A. et B præter Rectam assumeretur pro distantiâ, etiam illa punctis A. et B. Fixis in rotatione Plani maneret immota, præter Rectam AB. etiam immotam in eadem rotatione per § 7. Ergo darentur duæ diversæ Lineæ simul immotæ in hac rotatione, quod absurdum per § 7.

| Brevissima erit, quia si alia brevior ab A. ad B. pertingit, Linea < seu extensum > assequetur distantiam se ipso majorem quod absurdum. Si alia æqualis datur, ut si esset ASB non quidem Recta, æqualis tamen rectæ ABC, oporteret distantias AS + SB. non esse majores quàm A.B. quia non possunt esse majores conterminis curvis AS + SB (quæ ponuntur ipsi AB æquales) ex naturâ brevissimi. P. 5.

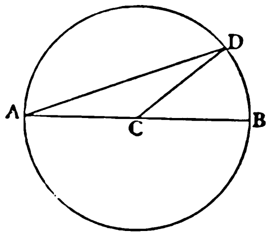


MATH., I, 15. Sed Euclides demonstravit esse AS + SB majores quam AB. nullis principiis huic (Brevissima duo inter eosdem terminos non dantur) innitentibus implicitè assumtis, sed ex puris angulorum sitibus ratiocinando. Ergo patet quoque nostri asserti veritas, quod duo brevissima inter eosdem Terminos non dentur.

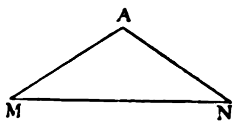
§ 10. Fortasse tamen illud Euclideum ex paucioribus etiam demonstrari potest Scilicet.

Dissimiles Arcus in eodem Circulo a Chordis æqualibus abscindi nequeunt. Id quod ex natura similium per se constare censendum est.

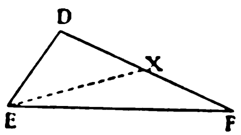
Itaque Diametrus AB major est Chordâ AD nam Chorda AD abscindit Arcum dissimilem dimidio Circuli AB (alias ab A ad B rediret contrà § 8). Ergo per positum principium non erit AD = AB. Sed nec AD $\sqcap$ AB, quia CA + CD = AB duplum Radii duplo Radii. Ergo hoc pacto esset AD $\sqcap$ CA + CD Brevissimum majus altero iisdem Terminis interjecto quod absurdum. Cum ergo Chorda AD nec æqualis sit Diametro nec major, patet Diametrum quâvis Chordâ majorem esse.



Hinc sequitur tertium Trianguli Isoscelis AMN duo latera tertio sunt majora. Nam Circulum Centro A, per M et N ducendo AM + AN æquantur Diametro seu duplo Radii sed MN modo fiet Chorda ejus Circuli. Ergo ut paulo ante probatum AM + AN $\sqcap$ MN.



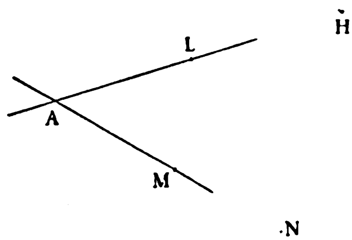
Denique dico in quocunque Triangulo duo latera reliquo esse majora DE + DF $\sqcap$ EF. Nam abscindo DX = DE, Ergo DE + DX $\sqcap$ EX, ut de Triangulo Isoscele ostensum. Addo utrinque XF. Ergo DE + DX + XF $\sqcap$ EX + XF. Id est DE + DF $\sqcap$ EX + XF (ℵ).



Aut igitur DE + DF minus erit brevissimo EF, quod absurdum per § 9. aut æquale (et sic per ea quæ ad literam ℵ probavi erit EF $\sqcap$ EX + XF Brevissimum alio cointerjecto absurdum) aut denique DE + DF mâjus erit quàm EF quod erat demonstrandum.

P. 6. | § 11. Ut Linea Recta est locus omnium punctorum sui situs ad duo

puncta unicorum, ita Planum est locus omnium punctorum sui situs ad MATH., I, 15.
tria puncta unicorum, unde patet, etiam assumtis duabus rectis se intersecantibus haberi Planum. Esto enim Recta per A.L. et alia per A.M. Habemus tria puncta A.L.M. nec tantùm determinata sunt puncta omnia Rectæ per AL et omnia Rectæ per AM sed et omnes distantiæ a quovis puncto unius Rectæ ad quodvis punctum alterius rectæ, adeoque quodvis punctum in



quavis harum distantiarum (quæ etiam sunt Lineæ Rectæ) determinatum est seu sui situs ad A.L.M. unicum.

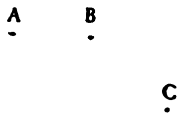
§ 12. Jam Rectæ per A.L. omnia puncta vocentur Y et Rectæ per A.M. omnia puncta appellentur Z. erit ita A.L.Y. unicum et A.M.Z. unicum. Ex ipsis Y unum sit H, et ex ipsis Z unum sit N erit A.L.H. unicum et A.M.N. unicum. Sumatur alius locus cujus quodvis punctum V sit unicum sui situs ad H.N. Sed ipsum H. est unicum ad A.L. et ipsum N. est unicum ad A.M. Ergo V. erit unicum ad A.L.A.M. Nam in Determinationibus pro Determinato substitui possunt Determinantia. Cum ergo sit V. ad A.L.A.M. unicum et repetitio ejusdem A. supervacanea sit, saltem inde inferetur esse V. ad A.L.M. unicum. id est omnia puncta V. esse in eodem plano cum A.L.M. quia Planum est locus omnium punctorum sui situs ad tria puncta Fixa Unicorum.

§ 13. Sequetur etiam Duo Plana sese secare in Lineâ Rectâ. Sit X. Unicum ad A.B.C. et Y. unicum ad L.M.N. Puncta vero utriusque Plani communia omnia vocentur Z. ita ut puncta Z sint unica sui situs tam ad A.B.C. quàm ad L.M.N. Ergo omnia Z tam X. erunt quam Y. Producantur Distantiæ LM.LN. et MN. dum Plano per A.B.C. occurrat in λ. μ et ν. quod fieri necesse est quia planum quodvis secat totum spatium et sectio communis procedit in Infinitum. Item, omnis Recta procedet in infinitum. Necesse igitur est ut ad illud Planum seu ad sectionem communem perveniat.

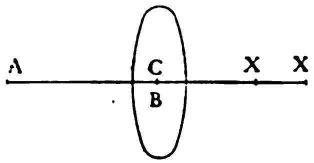
| § 14. Sed ne moveatur objectio, forsan unam inter Distantias L.M.N. P. 7.
esse sectioni Parallelam, duo nobis puncta λ. et ν. sufficiunt. Quodsi vero omnia tria in sectionem cadant nihilominus ex duobus eorum determinatis determinatum erit tertium, alioqui si tria essent indetermi-

MATH., I, 15. nata inter se determinarent Planum in ipsa intersectione Planorum, quod absurdum, quia sic ipsa quoque intersectio Planum foret. Itaque fiet Z. λ. ν. unicum id est omnia puncta Z. cadent in Lineam Rectam. Hinc quia duæ Rectæ se mutuo non nisi in unico puncto secare possunt, trium Planorum Intersectio punctum erit.

§ 15. Videndum etiam quid fiat, si tres superficies sphæricæ se secent, ubi locus intersectionis extensum esse nequit. Neque enim duarum



Linearum sectio Extensum est. Facile autem ostendi potest, per duo puncta innumeros transire circulos. etsi possit etiam aliquando Circulus circulum attingere saltem in uno puncto, etiam tum, quando non sunt in eodem Plano, etsi se non tangant. Circulum vero ex tribus punctis determinari manifestum est. Nam ex duobus punctis A. et B determinatur Recta cujus omnia puncta ad duo puncta hæc se habent eodem modo, inter quæ etiam est Centrum Circuli. Similis locus punctorum ad B et C eodem modo se habentium (inter quæ idem Centrum esse debet) extrat[1] in Rectâ punctis B et C. determinatâ. Ergo Centrum Circuli est in ambabus iis Rectis, id est in earum Intersectione sive : Ergo intersectio ambarum Rectarum est punctum ejusdem relationis ad (B.C.B.A. et cum



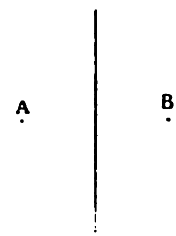
B repetere supervacaneum sit ad) B.C.A. quod punctum omnino debet esse Centrum Circuli per A.B.C. Sed nos supra definivimus Circumferentiam Circuli, locum punctorum eodem modo se habentium ad duo puncta Fixa. Hinc Circulus erit Locus punctorum eodem modo se habentium ad quodvis punctum X. Rectæ per AB, determinata substituendo pro Determinantibus.

§ 16. Sumantur tria puncta in Circumferentia hujus Circuli et Planum per ea transiens, cui occurrat Recta per AB. in Puncto quod sit C. Ergo Circumferentia est locus punctorum eodem modo se habentium ad C. ostendendumque erit omnia puncta Peripheriæ cadere in hoc Planum per tria puncta Peripheriæ ipsius ductum. Quod fiet si ostendatur Planum esse locum omnium punctorum ad duo quædam puncta eodem
P. 8. modo se habentium. Rectam vero esse lo-|cum omnium punctorum

1. *Sic.* Lire : *extat.*

eodem modo se habentium ad tria quædam puncta. Sint puncta A.B.C. MATH., I, 15.

Duarum jam quarumcunque Sphærarum circa A et circa B. intersectiones, cadent in Planum. Idem est de duabus quibuscunque sphæris circa A et C. Inde, quia hoc sufficit ad determinandum, Consequens est, Planum ex intersectionibus sphærarum circa A et B et Planum ex intersectionibus Sphærarum circa B. et C. aut circa A. et C. eandem determinare Rectam ad quævis puncta hujus Plani eodem modo se habentem;

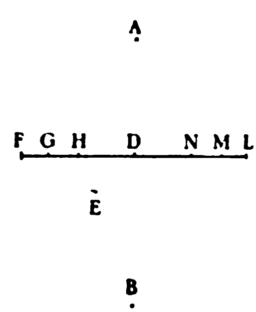


ad quæ illisio Rectæ in illud planum eodem modo se habet.

§ 17. In Plano quoque possumus concipere Rectam ut locum omnium punctorum eodem modo se habentium ad duo tantum puncta A. et B. Adeoque omnes Circumferentiæ æquales circà A. et B. se secabunt in hoc loco seu in hac Linea Rectâ. Hic modus locum determinandi diversus est a priore. Aliud enim est dicere, locum omnium punctorum eodem modo se habentium ad duo puncta A. et B. esse Rectam. Aliud locum omnium punctorum eodem modo se habentium ad A. ut ad B. esse Planum. Nam prior proprietas sic exprimitur : A.B.C. $\simeq$ A.B.Y. in solido. Locus omnium Y. Recta sed posterior proprietas sic exprimitur : A.Y. $\simeq$ B.Y. erit locus omnium Y. Planum. Sed, si omnia Y. sint in eodem Plano cum AB et inter se posito A.Y $\simeq$ B.Y. erit locus omnium Y. Linea Recta.

Ex A.B.C. $\simeq$ A.B.Y. sequitur A.C. $\simeq$ A.Y. et B.C. $\simeq$ B.Y. unde constat Y. cadere in Sphæram Centro A. Radio AC. et in Sphæram centro B. radio B.C.

§ 18. Ex Contactibus etiam Sphærarum in uno puncto sequitur dari locum Unicorum ad duo puncta, vel vicissim ex hoc sequitur Contactus Sphærarum in uno puncto. Idem est in Plano de Contactibus Circulorum. FA $\simeq$ FB $\simeq$ LA $\simeq$ LB. sic GA $\simeq$ GB $\simeq$ MA $\simeq$ MB. nempe circulus centro A radio AE descriptus cum sit E infra Rectam et A. suprà Rectam, secabit eam bis in F et L, quæ sectionum puncta sibi continuo appropinquant, F. transeundo in G.H. etc. : et L in M. N. etc. : Ubi autem



sibi occurrent, ibi in unum coalescent in D. eritque ibi duorum

MATH., I, 15. Circulorum Contactus. Hinc si A et B sint ea ad quæ omne punctum rectæ FL eodem modo se habet, erit D sui situs ad ea unicum et in Rectam per A.B. cadet. Videtur etiam sequi has Rectas se non nisi in uno puncto secare.

MATH., I, 26, a. MATH., I, 26, a (1 f. in-4°)[1].

Logica est Scientia generalis.

Mathesis est scientia rerum imaginabilium.

[Theologia] *Metaphysica* est scientia rerum intellectualium[2].

Moralis est scientia affectuum.

Combinatoria agit de calculo in universum, seu de notis < sive characteribus > universalibus. . . . .

Non omnes formulæ significant quantitatem, et infiniti modi calculandi excogitari possunt. Exempli gratia pro calculo alternativo si dicatur *x* esse *abc*, intelligi potest *x* esse vel *a* vel *b* vel *c*. Hinc si sit *x* idem quod *abc*, et *y* idem quod *ade*, erit *xy* idem quod *abcde*, seu calculo alternativo id quod est *x* vel *y* necessario erit vel *a* vel *b* vel *c* vel *d* vel *e*. Cum in
Verso. multiplicatione alias < et > secundum | leges communis calculi posito *x* [esse] valere *abc*, et *y* valere *ade* debuisset *xy* valere *abcde*. Verum in calculo alternativo tali, *a* et *aa* æquivalet, nec ulla ratio habetur combinationis literæ secum ipsa. Ita posito *x* esse *abcd*, et idem *x* esse *cefg*, sequitur *x* esse *c*. posito hæc omnia *a.b.c.d.e.f.g.* esse inter se diversa. Si enim constet hoc modo *x* esse unum ex his quatuor *a.b.c.d.* et unum ex his quatuor *c.e.f.g.* necesse est ut sit id quod utrobique reperitur nempe *c*. Quali artificio uti solent lusores ad divinandum quam chartulam aliquis sumserit, licet ab iis tegatur. Et eodem artificio utuntur et Geometræ, nam cum sciunt quod quærunt debere esse in aliquo circulo dato, idemque esse debere in alio circulo etiam dato, concludunt id cadere in horum circulorum intersectionem[3]. Idem fieri potest in seriebus numerorum, Et alioqui calculus alternativus immensum habet usum in

1. Ce fragment doit dater de 1683 (voir la fin). V. *La Logique de Leibniz*, ch. VIII, § 12.
2. Cf. *Elementa nova Matheseos universalis* (PHIL., VII, B, VI, 9).
3. Cf. MATH., I, 9, b.