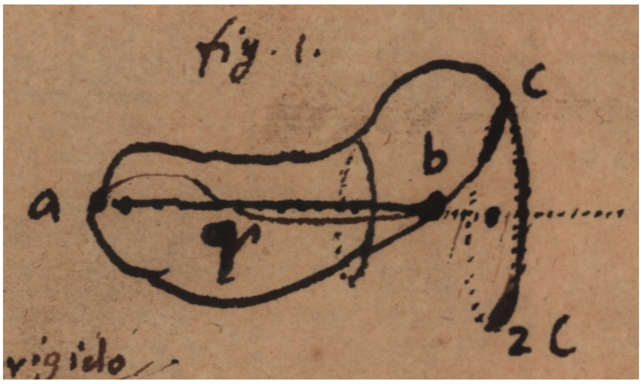
110 (40950). DE DETERMINATIS ET CONGRUIS
[1680 – 1682 (?)]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 I 14 Bl. 82–83. 1 Bog. 2°. 4 S. halbbrüchig beschrieben.

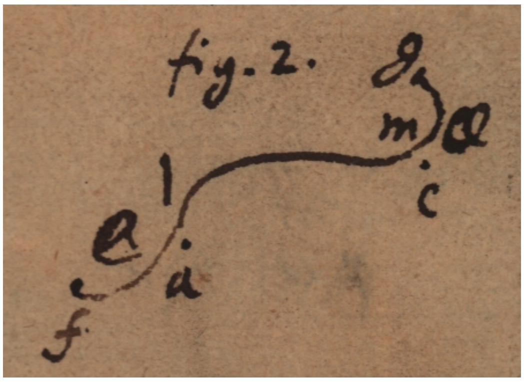
Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist für 1680–1682 belegt.

Extensum rigidum voco, in quo utcunque moto nulla quoad extensionem fit mutatio, id est non tantum ipsius, sed nec eorum quae in ipso sunt extensio non mutatur.

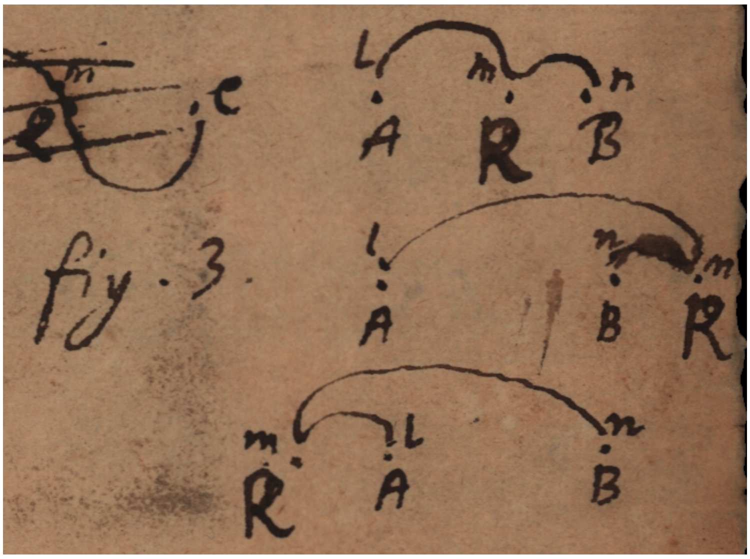


Si Extensum aliquod rigidum abc duobus ejus punctis a et b quiescentibus moveatur, tunc omnium ejus punctorum quiescentium, ut r locus erit recta ab, puncti autem alicujus moti c locus successivus $c\,2c$ erit arcus circuli. Habemus ergo generationem rectae et circuli, nulla recta nulloque circulo praeexistente[,] rectae quidem per quietem, circuli per motum.

Ex hac generatione rectae sequitur punctum omne, ut r in eadem cum duobus datis punctis $a.\ b$ recta esse, si cum ipsis rigido aliquo extenso ut arb connexum, ipsis quiescentibus moveri non potest. Et vicissim si punctum aliquod in eadem cum duobus datis punctis recta sit, cum quibus rigido extenso connexum est, quiescentibus illis moveri non posse. Satis autem extenso rigido connexa sunt puncta, ut $a.r.b$ quando omnia in eodem extenso rigido, ut abc reperiuntur.



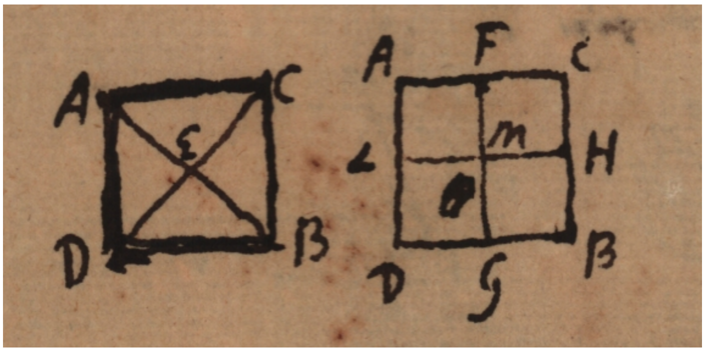
Si puncta ut a et c eudem semper servant situm inter se, tunc eadem semper ejusdem extensi rigidi $f\,l\,m\,g$ puncta $l.m$ eis applicari possunt; Et vicissim si eadem semper extensi rigidi puncta eis applicari possunt, eundem semper servant situm inter se.



Recta ergo definiri potest locus omnium punctorum, quorum unumquodque ut R eum habet situm, ad duo puncta A et B, ut quamdiu hunc ad ea situm servat (quod fit quamdiu tria puncta $A.R.B.$ iisdem rigidi $l\,m\,n$ punctis $l.\,m.\,n$ applicari possunt) ipsis A et B immotis, R moveri non possit, (id est si l et n manentibus immotis, tunc utcunque moveatur extensum $l\,m\,n$, necesse est et m esse immotum). Itaque locus ipsius R, est determinatus, determinato ejus situ ad puncta A et B. Hinc statim patet ipsa puncta A et B, utique cadere in hanc ipsam rectam seu locum omnium punctorum R. Utique enim ipsis A et B manentibus immotis ipsum R moveri non potest. Patet etiam in extenso quoad extensionem immutabili, (quale est ipsum spatium, item corpus aliquod rigidum) duobus punctis determinatis, determinatum esse rectam quae per ipsa transit.

[*Fig. 4*]

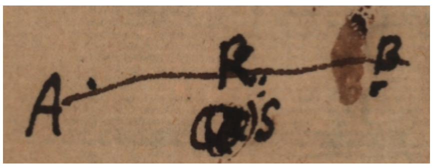
Hanc rectae proprietatem ut calculo exprimam, erit mihi ∞ signum congruentiae, exempli causa $F \infty G$ id est F congruum esse ipsi G.



[*Fig. 5*]

At ♉ signum erit coincidentiae. Ut si in quadrato aequilatero $ACBD$, ducantur rectae AB, CD, angulos oppositos connectentes, et se secantes in puncto E, et rursus ducantur aliae rectae FG, HL, laterum oppositorum puncta media jungentes, et se secantes in puncto M, tunc revera puncta E et M coincidunt, poteritque scribi E ♉ M.

Situm punctorum quorundam inter se scribam simplici punctorum denominatione interpuncta, ut $A.R$ vel $R.A$. Significat situm inter puncta A et R. determinatum, vel rigidum quodcunque ipsa connectens. Similiter $A.B.R$ significat trium punctorum situm inter se. Et ita porro.

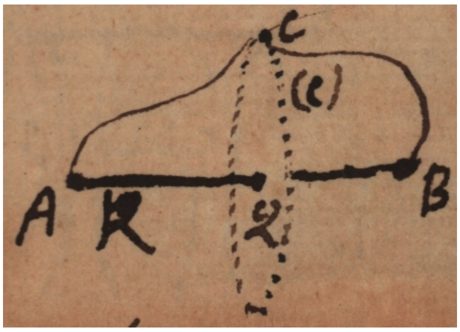


[*Fig. 6*]

[*Fig. 7*]

Cum itaque situs ille puncti R ad duo puncta $A.B$, qui locum puncti R determinat, sit situs puncti R in linea Recta cum punctis A et B; situsque ejus ad puncta A et B scribatur $A.R.B.$ determinatus si placet rigido aliquo ARB tria puncta connectente; sitque praeterea punctum aliquod S, eundem habens situm ad puncta A et B quem habet punctum R, ita ut rigidum punctis $A.R.B$ applicatum eodem modo applicari possit ad $A.S.B$ puncta; sequetur puncta S et R coincidere, siquidem R cum ipsis A et B est in eadem recta.

Itaque ut rem paucis et calculo complectar, si posito esse $A.R.B$ ꝏ $A.S.B$ sequitur esse R ♉ S erit locus omnium R, Recta. Et vicissim sin compendii causa aliud praeterea adhibere velimus signum determinationis, poterimus scribendo $\overline{dt\ R}$ significare locum ipsius puncti R esse determinatum seu certum, et similiter scribendo $\overline{dt\ A.R}$ situm punctorum A et R esse determinatum seu certum. Ita $\overline{dt\ A.R.B}$ significabit situm horum trium punctorum esse certum. Itaque Recta transiens per A et B est locus punctorum R quorumcunque, si ex $\overline{dt\ A.R.B}$ sequitur $\overline{dt\ R}$.



[*Fig. 8*]

Omnia autem puncta extra hanc rectam moveri possunt servato suo situ ad duo puncta A et B. Ita licet punctum C ponatur ipsis A et B rigide connexum, si tamen non sit in recta per A et B transeunte, moveri poterit punctis A et B immotis, et motu suo describet circularem $C(C)$ quemadmodum supra definivimus; itaque cum durante motu eundem semper situm servet ad puncta A et B, habebimus $A.C.B$ ꝏ $A.(C).B$ eritque locus omnium C vel (C) circularis.

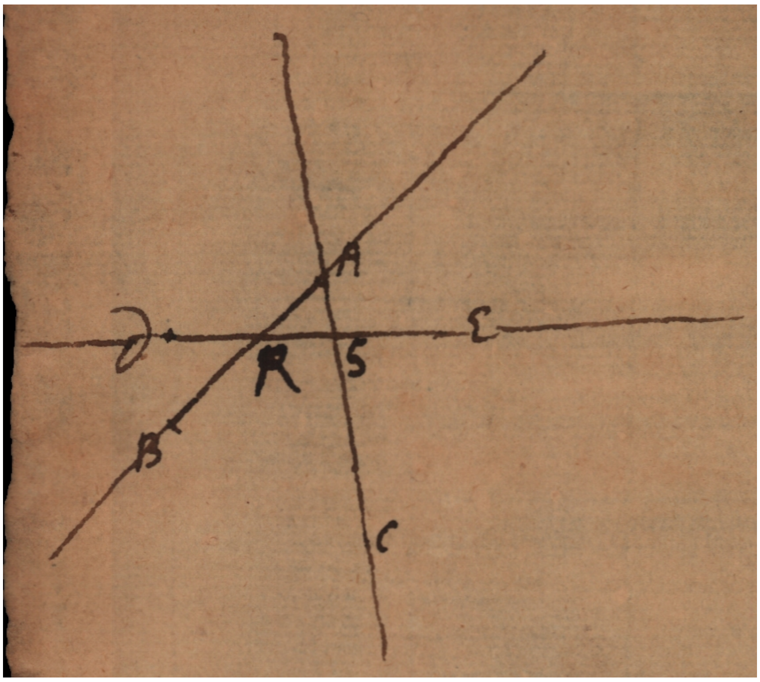
Omne punctum, ut C. quod eundem situm servat ad aliqua puncta, ut A et B. servabit etiam eundem situm ad id punctum R. quod situ ad A et B determinato locum

8 ꝏ: Leibniz wechselt zur Bezeichnung der Kongruenz vom Symbol ∞ zum Symbol ꝏ.

habet determinatum; (et proinde punctum C motum servato situ ad puncta A et B. eundem servabit situm etiam ad quodlibet punctum R. rectae per A et B transeuntis, seu ad ipsam hanc rectam) seu generaliter quod situm eundem servat ad determinantia, servat et ad determinatum. Haec propositio meretur demonstrari.

Poterit etiam ostendi, semper puncto uno sumto B in recta AB inveniri posse aliud R, ita ut sit $C.B \infty C.R.$ excepto unico casu, ubi B et R ad se properantia uniformiter sibi occurrunt, scilicet in Q.

P l a n u m determinatum est, assumtis tribus punctis, seu omnia puncta quorum situ ad tria puncta dato determinatus est locus, cadunt in planum per illa tria puncta transiens; coincidit haec definitio cum generatione plani per rectam super duabus rectis immotis motam:

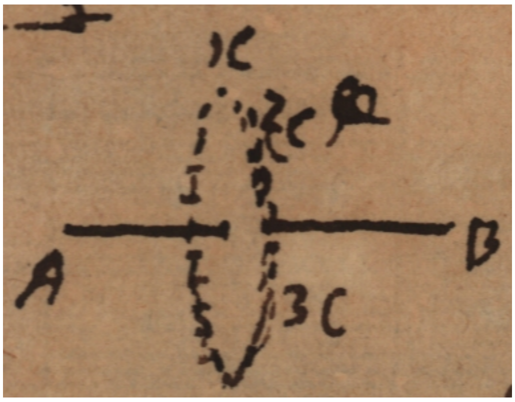


[*Fig. 9*]

Sint enim duae rectae, una transiens per puncta A et B, altera transiens per puncta A et C. Et sit alia recta mobilis transiens per puncta $D.E$. Haec mota super his duabus rectis, et AB attingens in R, AC in S. dabit lineam rectam per $R.S$. transeuntem seu ex punctis R et S determinatam.

Cumque omnia puncta ut R et S sint ex punctis $A.B.C$. determinata, et rectae ipsas jungentes determinatae ex ipsis, omniaque puncta harum rectarum (ex posita generatione plani per motum rectae) sint omnia puncta plani; patet omnia puncta plani ex tribus punctis $A. B. C.$ esse determinata.

At sumtis quatuor punctis determinatum est spatium ipsum infinitum, seu locus omnium punctorum quorum unumquodque est determinatum dato ejus situ ad quatuor puncta data; est spatium infinitum, seu locus omnium punctorum in universum, seu quod idem est omnis puncti locus est determinatus, si datus sit ejus situs ad quatuor puncta data, sed hoc debet demonstrari.



[*Fig. 10*]

Cum supra dictum sit punctum C durante motu eodem modo se habere ad rectam AB ergo recta AB eodem modo se habebit ad tria puncta $1C.2C.3C.$ ergo etiam eodem modo se habebit ad planum per haec tria puncta determinatum. Et eodem modo cum puncta tria planum determinantia eudem habeant situm ad duo quaedam puncta A et B, etiam ipsum planum sit determinatum eundem ad ea situm habebit.

Demonstrandum est easdem propositiones esse reciprocas, seu omnia puncta eundem simul situm ad duo diversa puncta habentia, cadere in planum; et ad tria habentia cadere in rectam. His habitis conjungi poterunt demonstrata alibi de congruis, et demonstrata hic de determinatis, et habebitur[,] puncta duo eundem situm habentia ad quatuor puncta data, quae eundem situm ad tria aliqua puncta non habent, congruere.