# #40892. SPECIMEN ANALYSEOS FIGURATAE
[1685 – 1687]

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 I 14 Bl. 21–22. 1 Bog. 2°. 4 S.

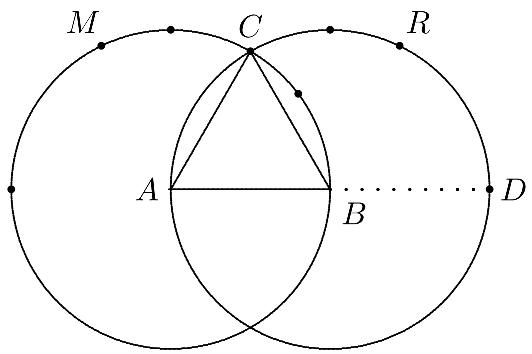
Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist für die Jahre 1685–1687 belegt.

## Specimen Analyseos Figuratae in *Elementis* Geometriae

Analysin figuratam voco, quae modum praestat literis puncta significantibus repraesentandi Figuras, et inveniendi atque demonstrandi earum effectus et proprietates, ita ut non tantum magnitudines, ut in Calculo Algebraico, sed situs ipsi per novum hoc Calculi genus, directe exhibeantur. Specimen autem hujus artificii edemus in *Elementis* Euclidis, et inter procedendum assumemus Lemmata, Axiomata, Definitiones aliasque propositiones, quibus indigebimus.

Quicquid autem in Decem prioribus libris Euclidis exponitur, hoc intelligendum est in uno esse plano. Ne id perpetuo admoneri opus sit.

### Ad Lib. 1 *Elem.*




[*Fig. 1*]

Prop. 1. Super data recta linea terminata $AB$. triangulum aequilaterum $ABC$

8 in | vulgari *gestr.* | Calculo *L*

construere.

(1) $AC = AB$ ex hypothesi. (2) $BC = BA$ ex hyp. Et quod his satisfacit est $C$. (3) Sit $AM = AB$. (4) Fiat (per postulat. 1) $\overline{M}$ circumferentia circuli centro $A$ intervallo $AB$ (per definitionem 1). (5) Sit $BR = BA$. (6) Fiat $\overline{R}$ circumf. circuli centro $B$ intervallo $BA$ (ut ad 4). (7) Jam quoddam $R$ est $M$ (per Lemma 1) (8) seu $\overline{R}$ et $\overline{M}$ sibi occurrunt (ex. 7. per defin. 2). (9) Datis lineis $\overline{M}$ et $\overline{R}$ (per 4 et 6) sibi occurrentibus (per 7, 8) habetur eorum occursus (per postulatum 2) nempe $R$ quod est $M$. (10) Id vero est $C$ (per 1 et 3 ac per 2 et 5). (11) Habetur ergo $C$. (12) Jam datur $AB$ (ex hyp.). (13) Ergo habetur $ABC$. Qu. Er. Fac.

Lemma 1. Si duo circuli $MA$ ex $A$ et $RA$ ex $B$ habeant mutuo centrum in alterius circumferentia, $B$ in $\overline{M}$, et $A$ in $\overline{R}$, eorum circumferentiae $\overline{M}$ et $\overline{R}$ sibi occurrent alicubi in $C$.

Iisdem quae antea positis, (14) $BA = BA$ (per se). (15) Ergo quoddam $R$ est $A$ (per 5). (16) Itaque quodd. $R$ est intra circulum $A.\overline{M}$ (per defin. 3, nam punctum intra circulum esse dicimus cujus distantia a centro est minor radio). (17) Producatur

---

3 *Zu (4):* Def. 1 . Circumf. centr. interv. lib. 1 pr. 1 art. 4.
Postul. 1. Dato centro et intervallum circulum describere.

5 *Zu (8):* Def. 2. Occursus art. 8.

6 *Zu (9):* Postul. 2 Datis occurrentibus habetur occursus art. 9.

14 f. *Zu (16):* Def. 3. intra circulum esse, art. 16.

15–3,12 *Zu (17) u. (26)*: Postul. 3. Recta produci potest ex uno termino ad distantiam quantamvis art. 17. 26.

2 hyp. *(1)* (3) Fiat $\overline{\mathrm{M}}$ et (4) sint *(2)* Et *L* 3 (per postulat. 1) *erg. L* 5 f. Lemma *(1)* seqvens *(2)* 1.) *(8)* seu $\overline{\mathrm{R}}$ et $\overline{\mathrm{M}}$ *(a)* se secant *(b)* sibi *L* 6 defin. | 2 *erg.* | ) *(1)* id est *(2)* id R *(3)* (9) jam R, qvod est M, est C *(4)* (9) datis *L* 6 f. 4 et 6) *(1)* sese secantibus *(2)* sibi *L* 7 eorum *(1)* intersectio *(2)* occursus *L* 8 est C *(1)* (nam R $\infty$ M *(2)* (per *L* 13 positis *(1)* qvodd. R est A *(2)* A est R *(3)* | (14) *erg.* | BA = BA (per se) *(a)* Ergo | (15) *erg.* | A est R (per 5) *(b)* Ergo (15) *(c)* (15) Ergo *L* 13 f. (per 5) *(1)* Rursus *(2)* Ergo intra circulum M ex centro A id est *(3)* Ergo intra circulum *(4)* | (16) *erg.* | itaqve *(a)* qvodd. *(b)* qvodd. *L* 14 f. circulum *(1)* $\overline{\mathrm{M}}$ (per 15 et 4) Rursus *(2)* A.$\overline{\mathrm{M}}$ | (per defin. ... radio) *erg.* | (17) *L* **17** postul. 1. ... describere *erg. L*

$AB$ ex $B$ in $D$ (per postulatum 3) (18) ut sit $BD = BA$ (per Lemma 2). (19) Ergo $AD = AB + BD$ (per Lemma 3). (20) Ergo $AD \sqcap AB$ (totum parte per Axiom. 1). (21) Ergo $D$ est extra $A.\overline{M}$ (per def. 4, nam punctum extra circulum esse dicimus cujus distantia a centro est major radio). (22) Jam $D$ est $R$ (per 18 et 5). (23) Ergo qu. $R$ est extra $A.\overline{M}$. (24) Itaque (per 16 et 23) qu. $R$ est in $\overline{M}$ (per Ax. 2, omne continuum $\overline{R}$ quod intra et extra figuram $A.\overline{M}$ est, esse et in ejus circumferentia $\overline{M}$.

Schol. Unde etsi vi formae ex puris particularibus sequatur, tamen vi materiae in continuis ex 16 et 23 sequitur 24.

(25) Ergo (ex 24 per def. 2. ad 8) $\overline{M}$ et $\overline{R}$ sibi occurrunt. Q. E. D.

Lemma 2. Recta $AB$ ex centro $B$ (imo puncto quovis intra Circulum) produci potest ut et circumferentiae circuli $\overline{R}$ alicubi occurrat in $D$.

(26) Produci enim potest ad distantiam quantamvis (per postul. 3. ad 17). (27) Ergo ad $E$ sic ut sit $BE \sqcap BA$. (28) Ergo (per def. 4. ad 21) recta producta est extra circulum $B.\overline{R}$. (29) Eadem est in circulo ad ejus centrum $B$ (per def. 3. ad 16). (30) Ergo (per Ax. 2. ad 23) occurrit ejus circumferentiae alicubi in $D$.

Coroll. Lemmatis 2. Recta $AD$ transiens per punctum $B$ intra circulum, circulo bis occurrit in $A$ et $D$. Nam $AB$ producta ex $B$ (recedendo ab $A$) circumferentiae occurrit

---

2 *Zu (20):* Axiom 1. Totum majus parte art. 20.

3 f. *Zu (21):* Def. 4. extra circ. esse art. 21.

5 f. *Zu (24):* Ax. 2. Continuum quod intra et extra figuram est ejus circumferentiae occurrit art. 24.

1 in D *erg. L* 1 postulatum 3) *(1)* (18) et sit BD = BA *(a)* (per po *(b)* ut D sit *(c)* ⟨erit⟩ *(2)* (18) *L* 1 f. Lemma *(1)* seqvens *(2)* 2) (19) Ergo *(a)* DA = DB *(b)* AD = AB + BD *(aa)* (per *(aaa)* definitionem rectae) *(bbb)* Lemma 3 *(bb)* (per def. 4. nam | tria *erg.* | puncta in recta esse dicimus *(cc)* (per Lemma 3) *L* 2 parte per *(1)* Axioma *(2)* Axiom. 1 *L* 3 f. extra *(1)* $\overline{\mathrm{M}}$ (per *(a)* Lemma ⟨1⟩ *(b)* def. 4) *(2)* A.$\overline{\mathrm{M}}$ | (per … radio) *erg.* | . (22) *L* 5 extra | A. *erg.* | $\overline{\mathrm{M}}$ (24) *L* 7 tamen *(1)* vi *(a)* ⟨—⟩ *(b)* materiae in continuis ex 16 et 23 seqvitur 24 *(2)* vi *L* 9 Ergo *(1)* (per def. ad 8) *(2)* (ex *L* 10 Recta *(1)* ex centro pro *(2)* AB ex *(a)* | centro B *nicht gestr.* | producta occurrit *(b)* centro *L* 16–4,2 Coroll. … in A. *erg. L*

alicubi in $D$, per Lemm. 2. Et $DB$ producta ex $B$ (recedendo a $D$) circulo occurret alicubi in $A$.

L e m m a 3. Si tria puncta $A$. $B$. $D$. sint in recta distantia duorum quorundam ex ipsis, $AB$ coincidit ipsi $AB + BD$ summae distantiarum tertiae $D$ ab ipsis $A$. $B$.

(31) Tria puncta sunt in recta (ex Hyp.). (32) R e c t a $AD$ est via brevissima seu distantia inter extrema $A$ et $D$ (per def. 5). (33) Ergo punctum $B$ in recta minus distat ab extremo $A$, quam extrema $A$, $D$ inter se. (34) Et $AB + BD = AD$ (omnes partes nullam partem communem habentes toti, per ax. 3). (35) Est autem $AB$ distantia inter $A$ et $B$ et $BD$ inter $B$ et $D$ (per def. 5. ad 32). (36) Superest ut ostendamus tribus punctis in recta existentibus capi posse rectam quae duobus ex illis terminetur tertium vero includat. (37) Ponamus enim punctum aliquod rectam cui insunt percurrere. (38) Id ipsa attinget successive (per axioma 4). (39) Esto ergo $A$ primum, $B$ secundum, $D$ tertium. (40) Ergo portio rectae quam percurret inter $A$ et $D$ terminabitur ipsis $A$ et $D$, comprehendet autem $B$.

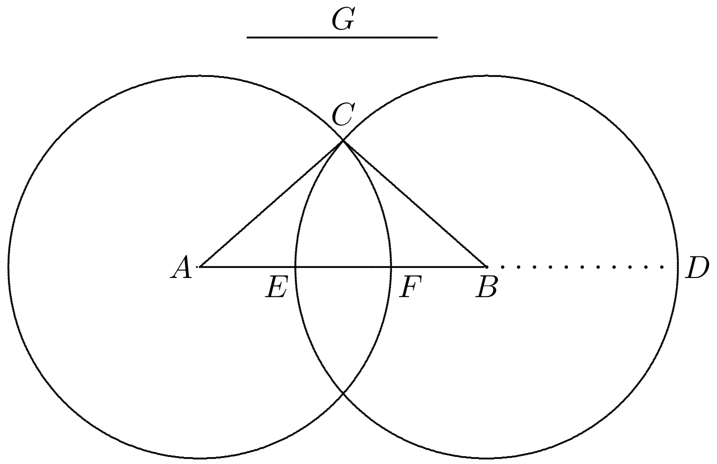
---

5 f. *Zu (32):* D e f. 5. Recta est via brevissima inter extrema sive distantia duorum punctorum. Art. 32.

7 f. *Zu (34):* A x. 3. Omnes partes nullam partem communem habentes aequantur Toti. Art. 34.

11 f. *Zu (38):* A x. 4. Quod movetur non est simul in pluribus locis. Art. 38.

4 ipsis, AB *(1)* aeqvali *(2)* congr *(3)* coincidit *(a)* distant *(b)* summae dista *(c)* ipsi *L* 5 *(1)* Si tria puncta sint in r *(2)* Si punctum in *(a)* recta ⟨—⟩ *(b)* linea in qva sunt *(aa)* A. B. D *(bb)* tria puncta *(aaa)* motum ipsa attinget su *(bbb)* promotum ipsa attinget successive (A *(3)* (31) Tria *L* 5 f. Hyp.) *(1)* (32) terminata (per ax. 3. puncta qvotcunqve finita magnitudine et numero *(a)* sunt in extenso *(b)* sunt *(c)* esse in extenso finito) (33) *(aa)* ⟨termin⟩ *(bb)* qvae sit LM | *am Rand* L (____________) M *nicht gestr.* | In *(2)* (32) Sumatur in eadem recta aliud punctum, ita ut distantia *(3)* R e c t a | AB *erg.* | est via brevissima | seu distantia *erg.* | inter extrema | A et D *erg.* | (per *L* 6 f. punctum | B *erg.* | in ... extremo | A *erg.* | , qvam extrema | A,D *erg.* | inter *L* 10 recta *(1)* datis dari *(2)* existentibus *(a)* esse *(b)* | capi posse *erg.* | rectam *(aa)* cuius extrema sint ex illis duo, et in qva sit tertium. *(bb)* qvae *L* 11 (37) *erg. L* 11 f. percurrere *(1)* , id aliqv *(2)* | (38) *erg.* | id *L* 12 successive *(1)* , aliqvod ergo primum qvod sit *(2)* (per *L* 12 (39) *erg. L* 13 (40) *erg. L* 14–5,2 autem B. *(1)* L e m m a 4 *(2)* Additamentum *L* **15** f. extrema | sive *(1)* duorum *(2)* distantia duorum punctorum *erg.* | art. *L*




[*Fig. 2*]

A d d i t a m e n t u m 1. Si duo circuli $A\overline{M}$, $B\overline{R}$ aequalium radiorum habeant radium, majorem dimidia distantia centrorum $A$. $B$. sibi occurrent in $C$ extra rectam per centra.

(41) Recta $AB$ secat $\overline{R}$ bis in $E$ et $D$ (per corroll. Lemm. 2). (42) Et similiter $\overline{M}$ in $F$. (43) Sit $E$ ex $B$ versus $A$ (44) et $D$ ex $B$ recedendo ab $A$ (45) sitque $F$ ex $A$ versus $B$ (46) $AE$ erit minor $AF$ (adde mox 58). (47) Nam quia (ob 43) $E$ cadit inter $B$ et $A$, vel $B$ inter $E$ et $A$ (48) erit (per Lemm. 3) $AE$ differentia inter $AB$ et $BE$, (49) seu inter $AB$ et $AF$ ((50) quia $AF = BE$ (ex Hyp.)). (51) Jam si $AF \sqcap AB$ (52) erit $AF = AB + AE$ (per 48, 49). (53) Ergo $AF \sqcap AE$. (54) Sin $AB \sqcap AF$, erit $AB - AF = AE$ (per 48, 49). (55) Jam $AF \sqcap \frac{1}{2}\,AB$ (ex Hyp.). (56) Ergo $AE \sqcap \frac{1}{2}AB$. (57) Ergo $AF \sqcap AE$. (58) Utroque ergo modo erit $AE \sqcap AF$ ut asserebatur art. 46. (59) Rursus $AD$ est major $AF$. (60) Nam $AD = AB + BD$ (per Lemm. 3) (61) $= AB + AF$ (quia $BD = AF$ ex hyp.). (62) Ergo quoddam $R$ est intra $\overline{M}$ nempe $E$. (quia $AE \sqcap AF$ seu $AM \sqcap AE$ per 58). (63) Quoddam $R$ est extra $\overline{M}$ nempe $D$ (quia per 59 $AD \sqcap AM$ seu $AF$). (64) Ergo (per

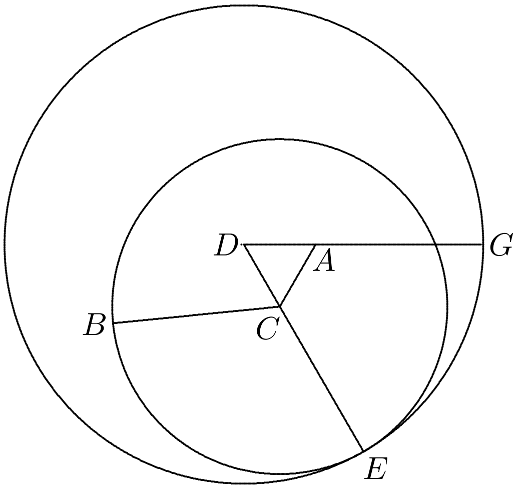
2 A$\overline{\text{M}}$, B$\overline{\text{R}}$ *erg. L* 3 A. B. *erg. L* 3 in C *erg. L* 5 f. $\overline{\text{M}}$ in F | et G *gestr.* | *(1)* Sit *(2)* (43) *L* 6 (44) *erg. L* 6 f. ab A *(1)* et *(2)* | (44) *ändert Hrsg.* | sitqve ... versus B *(a)* (45) et G ex A recedendo a B *(b)* (46) *L* 7 minor AF | (adde mox 58) *erg.* | . *(1)* (47) nam *(a)* CE *(b)* AF = BE (48) = BA + AG *(2)* nam *(3)* (47) *L* 8 (48) *erg. L* 9 (ex Hyp.) *erg. L* 11 (57) *erg. L* 15 seu | AM *ändert Hrsg.* | ) (64) *L*

Ax. 2) Qu. $R$ est in $\overline{M}$, ut $C$.

A d d i t a m e n t u m 2. Super basi data $AB$. triangulum isosceles construere cujus crura $AC$ vel $BC$ sint magnitudinis datae $G$, quam oportet esse majorem dimidia basi $AB$.

(65) Centris $A$ et $B$ (66) intervallis $= G$ (per prop. 2. independenter ab hac demonstratam) (67) describantur circuli (postul. 1.) se secantes alicubi in $C$. Per additam. 1. erit $AC = G$ et $BC = G$. Quod erat fac.

P r o p. 2. Ad datum punctum $A$ ponere datae rectae $BC$ aequalem rectam $AG$.




[*Fig. 3*]

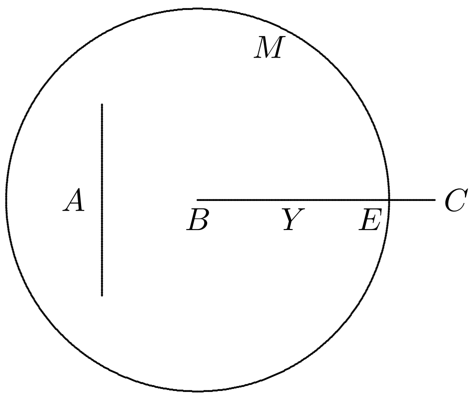
Solutio. (1) Jungatur $AC$. (2) Super qua Triang. Aequil. $ACD$ construatur (per 1. prim.). (3) Centro $C$. radio $CB$ describatur circumferentia circularis $BE$ (per postul. 1.) (4) cui recta $DC$ producta ex $C$ (per postul. 3) (5) occurret alicubi in $E$ (per prop. 1. Lemm. 2). (6) Centro $D$ radio $DE$ describatur Circulus (postul. 1) (7) cui recta $DA$ producta ex $A$ occurret alicubi in $G$ (per dict. Lemm. 2). (8) Erit $AG = BC$. (9) Nam $DC+CE = DE$ (per 5 et Lemm. 3 ad prop. 1.) (10) $= DG$ (per 6 et 7) (11) $= DA+AG$

6 f. additam. | 2. *ändert Hrsg.* | erit *L* 10 (1) *erg. L* 10 (2) *erg. L* 11 (3) *erg. L* 12 (4) *erg. L* 12 producta *(1)* versus E *(2)* ex *L* 12 (5) *erg. L* 13 (7) *erg. L* 14 (8) *erg. L* 15 ad *erg. L* 15 (10) = DG *(1)* (per 7) *(2)* (per 6 et 7) *(a)* = *(b)* (11) *L*

(per 7 et Lemm. 3 ad prop. 1.) (12) $= DC+AG$ (per 2). (13) Ergo (per 9 et 12) $AG = CE$ (14) $= BC$ (per 3. 4).

S c h o l. ad prop. 2. Analysis qua constructio haec inveniri potest, talis est. Ad punctum $A$ ponenda est recta aequalis rectae positae ad punctum $C$. Recta autem posita ad punctum $C$ intelligi potest non tantum $BC$, sed et alia quaecunque ut $CE$, ipsi $CB$ aequalis, seu ex $C$ ad circumferentiam circuli $CBE$ ducta. Cum ergo puncta $A$ et $C$ debeant tractari eodem modo, etiam recta $AC$ tractanda est sic, ut respectu $C$ tractetur quemadmodum tractata est respectu $A$. Quaeratur ergo punctum aliquod $D$ eodem modo se habens ad $A$ et $C$, quod fit super $AC$ construendo triangulum aequilaterum vel isosceles $ADC$. Ducta recta ex $D$ per $C$ producta occurret circulo in $E$; ipsi $DE$ sumatur aequalis $DG$ in recta ex $D$ producta per $A$, erit et $AG = CE$, quia eodem modo invenitur $G$ respectu $A$, quo $E$ respectu $C$.

P r o p. 3. Duabus datis rectis $A$ et $BC$ majore ab ea detrahere $BE$ aequalem ipsi $A$.




1 Lemm. 3 |ad *erg.*| prop. 1.) *(1)* DC + AG (per 2) *(2)* (12) *L* 3–12 S c h o l. . . . respectu C. *erg. L* 7 f. respectu *(1)* A *(2)* C tractetur . . . respectu |C *ändert Hrsg.*| . *(a)* Est autem recta qvaedam angulum faciens. *(b)* Est autem recta aliqva CE angulum faciens ECA qvemcunqve, ergo et recta ducatur *(aa)* eandem *(bb)* aeqvalem faciens angulum ad A. *(aaa)* Talis aut *(bbb)* id autem problema so *(c)* qvaeratur *L* 10 ADC. *(1)* Et qvia CE positione indeterminata *(2)* et ducta ad circulum DE *(a)* (⟨qvae⟩ *(b)* qvae (producta si opus) *(3)* Ducta recta *(a)* per D et C pro *(b)* ex . . . producta *(aa)* transi *(bb)* occurret *L* 10 in E; *(1)* sui aeqvali *(2)* producta si opus *(3)* ipsi *L* 11 DG in *(1)* transeunte per D et A, erit *(2)* recta *L*

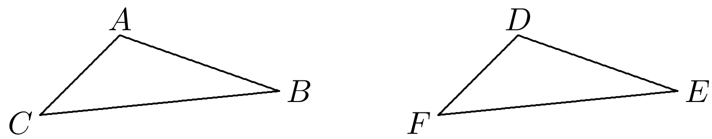
[*Fig. 4*]

(1) Fac $BD = A$ (per 2. prim.) (2) et fac $\overline{M}$ ut sit $BM = BD$ (per postul. 1.). (3) Jam $BC$ est intra $\overline{M}$ in $B$ (ut ad art. 16. prop. 1.) (4) extra $\overline{M}$ in $C$ ((5) quia $BC \sqcap A$ ex hyp. (6) ergo $\sqcap$ $BM$ per 1. 2.) (6) Ergo (per Ax. 2) $BC$ occurrit ipsi $\overline{M}$ alicubi in $E$. (7) Ergo $BE$ pars $BC$. (8) Et $BE = BD = A$.

Item sic:

Sit $\overline{Y} \infty BC$. (4) Erit $BY + YC = BC$ (per Lemm. 3. ad prop. 1.). (5) $BC \sqcap A$ (ex hyp.). (6) Ergo qu. $BY = A$ (nam ex d e f i n i t i o n e 6. Majoris et Minoris, M i n u s est $A$ cui qu. $BY$ pars alterius, $BC$, quod m a j u s dicitur, aequalis est). (7) Ergo qu. $BY = BM$ (per 6. 1. 2.) (8) Ergo qu. $Y$ est $M$. (9) Quod sit $E$. Datur ergo $E$ (per postul. 2.). (10) Ergo et $BE = A$ (per 6) (11) pars $BC$ (per 4). Q. E. F.

P r o p. 4. Si duo Triangula $BAC$, $EDF$, duo latera unius $BA$, $AC$ duobus lateribus alterius $ED$, $DF$, respondens respondenti, aequalia habeant, et angulum unius $A$ angulo alterius $D$ aequalem, sub aequalibus rectis lineis contentum; tunc Triangulum triangulo congruum erit.




8 f. *Zu (6):* D e f. 6. Si $A$ sit aequale parti ipsius $B$, $A$ m i n u s dicetur $B$ m a j u s. Lib. 1. pr. 3. art. 6.

2 per | 3. *ändert Hrsg.* | prim.) *L* 9 est) *(1)* (7) ⟨Hinc⟩ BY ⟨—⟩ sit BE. (8) = BM (per 6. 7. 1. 2.) (9) Ergo E in M *(2)* (7) *L* 10 (9) *(1)* Ergo $\overline{\mathrm{Y}}$ et *(2)* qvod *L* 12 unius *erg. L* 13 alterius *erg. L* 13 unius *erg. L* 14 alterius *erg. L* 15–9,2 erit. *(1)* Sint anguli aeqvales *(2)* Ponamus Triangula esse invenienda, datis positione *(3)* (1) *(a)* Triangula ABC et DEF possunt construi datis positione angulis *(b)* Triangulum ABC (vel DEF) *(aa)* potest construi *(bb)* positione *(aaa)* determinatum est *(bbb)* datum est (seu non nisi uno modo construi potest def. 7) et *(4)* (1) *L*

2 Fac $BD = A$: Leibniz hat den Punkt $D$ und den Radius $BD$ des Kreises nicht in die Figur eingezeichnet.

[*Fig. 5*]

(1) Ponamus dari positione Angulos $LAM$ et $NDP$, (2) aequales ex Hypoth. (3) ergo congruos. (Nam a n g u l i  r e c t i l i n e i  a e q u a l e s definiuntur d e f. 7. qui congrui sunt.) (4) Et $G$ magnitudinem $AC$ et $DF$, (5) et $H$ magnitudinem $AB$ et $DE$. (6) Denique dari in quibus lateribus angulorum sumendae sint hae rectae, nempe $AB$ in $AM$, $AC$ in $AL$, $DE$ in $DP$, $DF$ in $DN$. (7) Dantur ergo puncta $B$, $C$, item $E$, $F$ (per 3. primi). (8) Ergo $A$, $B$, $C$; item $D$, $E$, $F$ (per 1 et 7.). (9) Ergo Triangula $ABC$ et $DEF$ (nam datis punctis ad quae anguli figurae consistunt, figura data est per A x. 5.). (10) Et quidem ambo eodem modo ex datis congruis determinate exhibentur (ex toto processu). (11) Ergo congrua sunt (per A x i o m a 6). Q. E. D.

S c h o l. Si quis superpositionem adhibeat res eodem redit, si enim data congrua fiant actu congruentia seu coincidentia per superpositionem, coincident etiam quae ex ipsis determinate dantur; alioqui non unum sed plura his datis satisfacientia haberi possent, contra hypothesin. Unde Axiomatis sexti ratio intelligitur.

P o r i s m a. Triangulum magnitudine et specie datur magnitudine datis angulo et lateribus eum comprehendentibus (per 1. usque ad 9). Nam ut positione detur tantum

2–4 *Zu (3):* D e f. 7. A n g u l i  r e c t i l i n e i  a e q u a l e s dicuntur si congrui sunt. Prop. 4. Art. 3.

7 f. *Zu (9):* A x. 5. Datis punctis ad quae anguli figurae consistunt figura data est. Art. 9. Potest censeri postulatum.

10 *Zu (11):* A x. 6. Quae eodem modo ex datis congruis (determinate) dantur congrua sunt. Art. 11.

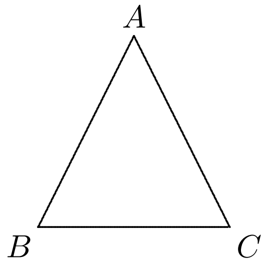
2 Angulos *(1)* A et D *(2)* LAM *L* 3 Nam | duo *gestr.* | a n g u l i *L* 4 G magnitudinem *(1)* laterum DF et *(2)* lateris A⟨—⟩ et *(3)* AC *L* 9 determinate *erg. L* 10 f. Q. E. D. | *(1)* S c h o l. *(2)* S c h o l *erg.* | Si *L* 15 datur *(1)* ex dato *(2)* magnitudine *L* 15 f. et | duo *gestr.* | lateribus *L* **20** potest censeri postulatum *erg. L* **21** congruis *(1)* dantur, congrua sunt. art. 11. *(2)* (determinate) *L*

2 Angulos $LAM$ et $NDP$: Vgl. N. #39366 S. 000 Z. 000.

opus est angulum positione dari, et quae crura anguli, quibus magnitudinibus laterum assignentur, quae nihil in magnitudine et specie mutant, nam utrumque crus in angulo eodem modo se habet.

S c h o l. P o r i s m a voco quod ex demonstratione colligitur, c o r o l l a r i u m quod ex propositione.

P r o p. 5. Triangulum $ABC$, quod duo latera $AB$, $AC$ aequalia habet, etiam angulos eorum $B$, $C$ ad reliquum latus, $BC$, aequales habet.




[*Fig. 6*]

(1) Ponatur positione data $BC$. (2) Et data sit $G$, aequalis ipsis $BA$, $CA$ (3) et p a r t e s ad quas cadere debet $A$ (hoc est per d e f. 8. plano secto in duas partes a recta $BC$ indefinite producta detur in qua parte debeat esse $A$). (4) Datur $A$ si est possibilis, (5) nam centris $B$ et $C$ intervallo aequali $G$ (per 2. primi) (6) describuntur circuli, (postul. 1) (7) jam $A$ est in circumferentia utriusque (per 2) si scilicet possibilis est. (8) Ergo circuli sibi occurrunt in $A$ si $A$ est possibilis. (9) Ergo (per postul. 2.) datur $A$. (10) Ergo (per ax. 5) datur $ABC$. (10) Ergo et anguli $ABC$, $ACB$ (nam per ax. 7 dato aliquo dantur ejus requisita) (11) et quidem eodem modo (per processum expositum). (12) Ergo (per Ax. 6) congrui sunt anguli. (13) Ac proinde aequales. (Nam congrua sunt aequalia per ax. 8.)

S c h o l. Idem ostendi potuisset per superpositionem, si aliud sumtum fuisset triangulum huic congruum, $DEF$ et nunc $ABC$ applicaretur ipsi $DEF$; nunc $ACB$ ipsi

6 P r o p. *(1)* V *(2)* 5. *(a)* | soscelium Triangulum A *(b)* Triangulum *L* 7 B, C *erg. L* 12 (6) *erg. L* 13 (7) *erg. L* 14 circuli *(1)* se secant *(2)* sibi *L* 17 (per Ax. 6) *erg. L*

15 (10) . . . (10): Die Zählung wiederholt sich.

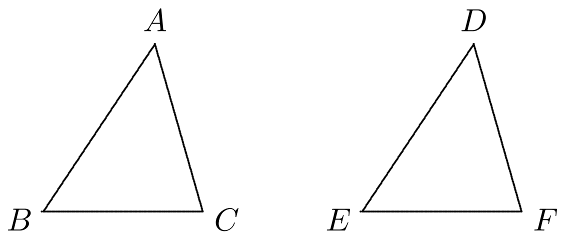
$DEF$, ita nunc angulus $ABC$ nunc angulus $ACB$ congrueret eidem $DEF$, ergo congrui essent inter se.

Prop. 6. Triangulum $ABC$ quod duos angulos $B$ et $C$ aequales habet, etiam latera $AB$, $AC$ ad reliquum angulum $A$ pertinentia aequalia habebit.

Demonstratur eodem modo, (1) quia dato latere $BC$, et angulis $B$, $C$ et partibus ad quas debet esse $A$, datur $A$. (2) Nam data positione recta $BC$ et angulo ad eam alterius rectae $BA$[,] datur ipsa recta $BA$, indefinite (dato enim positione angulo latera dantur per ax. 7), eodem modo $CA$ indefinite, (3) quae si possibilis est $A$ se secabunt in $A$. (4) Datur ergo $A$, adeoque $\langle CA$ et $BA \rangle$ utraque eodem modo, ergo congruent. Q. E. D.

Schol. Idem potuisset demonstrari ex praecedenti. Ut et per superpositionem ad instar praecedentis.

Prop. 7. Si triangula $ABC$, $DEF$ latera lateribus alterius aequalia habeant, respondens respondenti, Triangula erunt congrua.

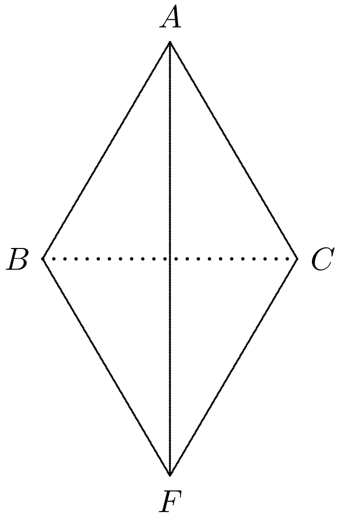



[*Fig. 7*]

Demonstratur eadem Methodo, quia data positione uno latere unius trianguli, et uno alterius aequali, et reliquis datis magnitudine, circulos ex datorum positione laterum extremis, et magnitudinibus tanquam intervallis describendo dabitur utrumque triangulum, eodem modo, ergo per Ax. 6. congrua erunt.

Prop. 8. Datum Angulum $BAC$ bisecare.

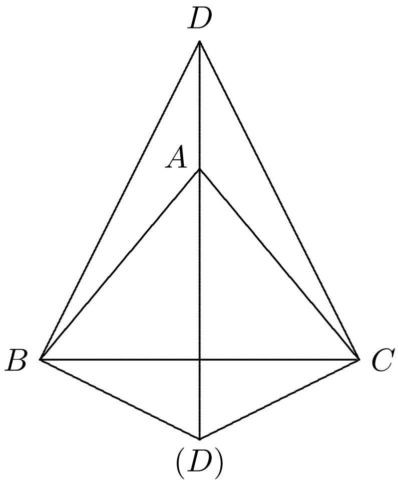
5 (1) *erg. L* 6 positione *erg. L* 7 f. (dato ... ax. 7 *erg. L* 19+12,2 bisecare *(1)* per FA ut sit *(2)*. Sit *L*




[*Fig. 8*]

Sit recta bisecans $FA$, et $FAB = FAC$. Ea se eodem modo habet ad $BA$ et ad $CA$. Habemus unum punctum rectae $FA$, nempe $A$, quaeratur adhuc aliud $F$ ad quod ea recta se habeat ut ad $A$. Quod fiet si $BAC$, (positis $BA$, $CA$, aequalibus ut utrumque latus eodem modo tractetur respectu $FA$) transferamus in $BFC$ centris $B$ et $C$, radiis aequalibus ipsi $BA$ vel $CA$ describendo circulos, qui se secabunt alicubi in $F$ (quia triangulum $BFC$ ipsi $BAC$ congruum per 7. prim. ob basin eandem $BC$ et latera aequalia, utique possibile est). Recta ergo $FA$ eodem modo se habens ad $AB$ et $AC$ utique angulum bisecabit.

6 vel | CB *ändert Hrsg.* | describendo *L*




[*Fig. 9*]

Idem praestabitur si super $BC$ basi trianguli isoscelis $ABC$ quodcunque aliud triangulum isosceles $BFC$ construamus per additament. 2. ad prop. 1. Nam locus omnium punctorum eodem modo se habentium ad duo latera ejusdem anguli vel ad duo extrema ejusdem rectae, est recta transiens per duos apices duorum isoscelium eodem modo se ad angulum vel rectam propositam habentium.

P r o p. 9. Datam rectam $BC$ bisecare.

Quaerenda sunt duo puncta eodem modo se habentia ad $B$ et $C$. Quod fiet si duo triangula isoscelia $BAC$, $BDC$ qualiacunque construantur super basi $BC$, recta per angulos basi oppositos seu per eorum apices ducta basin bisecabit.

S c h o l. Euclides pro prop. 8. et 9. utitur triangulo aequilatero, sed praestat adhibere constructionem magis generalem.

2–6 idem ... habentium *erg. L* 3 per *(1)* porisma *(2)* additament. *L* 7 P r o p. | 8. *ändert Hrsg.* | Datam *L* 8 puncta *(1)* unum supra rectam, alterum infra *(2)* eodem ... habentia *(a)* qvod fiet si *(b)* ad *L* 9 BAC, BDC *erg. L* 10 angulos *(1)* sub aeqvalibus crur *(2)* qvos in uno *(3)* basi oppositos *(a)* ducta basin bisecabit *(b)* seu *L* 11 prop. | 7. et 8. *ändert Hrsg.* | utitur *L*