62 **(40882)**. DE CALCULO SITUS
[1685 (?)]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 I 14 Bl. 9+16 u. LH 35 I 5 Bl. 40+44. 2 Bog. 4°. 5 S. Bl. 40 v° u. Bl. 44 leer.

Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist für 1685 belegt.

(1) Via determinata a puncto A ad punctum B[,] AB. vocatur *recta*. AB. via scilicet quae transit per puncta determinate se ad A et B habentia, minusque distantia ab A, quam A distat a B.

(2) Itaque recta est via minima, seu si C non sit in recta AB, erit via ab A ad B per C minor quam recta AC seu $AC + CB \sqcap AB$. Quoniam via minima ex positis extremis determinata est. Nam utique manifestum est viam maximam non esse determinatam, quia via ire potest per punctum datum quodcunque adeoque quacunque assumta sumi potest major at viam non posse minorem assumi in infinitum, sunt enim puncta quae propiora sunt, itaque datur quaedam via minima.

(3) Duae quoque rectae inter A et B coincident seu si sit ACB via recta, et ADB via recta, erit $ACB \;\infty\!\!\!\!\!\;|\; ADB$. Alioqui utique ex punctis datis, via non esset determinata, cum incertum sit quae debeat eligi.

(4) Punctum quoque in recta sumtum est sui situs unicum ad duo puncta extrema seu ex datis punctis illis suoque ad ea situ determinatur. Itaque si sit in recta AB punctum Y dico situm $Y.A.B$ esse determinatum. Itaque si daretur aliud punctum E sitque situs $E.A.B \infty$ (congruus) situi $Y.A.B$ sintque E et Y in recta AB. erit $E \;\infty\!\!\!\!\!\;|\; Y$ seu coincident E et Y.

(5) *Situm* autem puncti ad punctum determinare possumus per rectas inter ea interceptas, eo ipso quia determinata est recta, ita situs E ad A dici potest EA.

(6) Recta rectae est similis seu $AB \sim CD$ et contra quae rectae similis est recta est quia similia sunt quae eodem modo determinantur. At ABC non statim simile est LMN, nisi constat prius eodem modo determinari seu in determinantibus nullum esse discrimen seu $AB \sim LM$ et $BC \sim MN$ et $AC \sim LN$.

(7) Si duae rectae sint aequales, erunt congruae, seu si sit $AB = CD$ erit $AB \infty CD$. Nam $AB = CD$ ex hypothesi et $AB \sim CD$ per artic. praecedentem. Ergo per axioma articuli sequentis $AB \infty CD$.

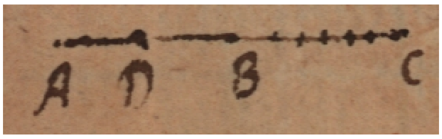
(8) Axioma: Si duo sint similia et aequalia erunt congrua seu si $\odot =$ ☽ et $\odot \sim$ ☽ erit $\odot \infty$ ☽.

(9) Si situs $E.A.B \infty$ situi $Y.A.B.$ erit $E.A. \infty Y.A.$

(10) Si $E.A. \infty Y.A.$ erit $EA = YA$ per artic. 5. et contra si $EA = YA$ erit $E.A. \infty Y.A.$ Hoc intellige si E, A, Y sint puncta.

(11) Si $A.B \infty L.M$ et $A.C \infty L.N$ et $B.C \infty M.N$ erit $A.B.C. \infty L.M.N.$

(12) Hinc si $AB = LM$ et $AC = LN$ et $BC = MN$ erit $A.B.C \infty L.M.N$ per 10 et 11.



[*Fig. 1*]

(13) Pars rectae est recta, nam cum recta sit via determinata, erit per determinata. Itaque si $AD + DB \not\infty AB$ erit AD recta et DB recta. Seu si ADC. recta erit AD recta.

(14) Omnis recta produci potest. Sit recta AD dico eam produci posse in C. Sumatur in AB punctum D utique recta AD produci potest; (producta est enim reapse in B) ergo et recta AB, quae similis est rectae AD per artic. 6. produci poterit aliquousque ut in C.

In notis: Datur AB recta. Ergo datur ABC recta. Probatur. Nam datur AB recta. Ergo datur ADB recta. Ergo (per artic. 13) AD recta. Ergo per (artic. 6) $AD \sim AB$.

(15) Jam similia similiter tractari possunt et similiter tractata dant similia, quod est axioma a nobis saepius adhibendum.

Ergo quia datur ADB dari etiam poterit $ABC \sim ADB$. Et quia ADB recta est ex hypothesi erit (per 6) etiam ABC recta. Itaque producta est recta AB. Quod fieri posse erat demonstrandum.

(16) Punctum in recta sumtum ad duo alia puncta in eadem recta sita determinate se habet, seu sui situs unicum est.

Sit recta $ALMNB$ dico aliquod ex punctis mediis ut N esse sui situs unicum ad puncta L et M. Nam $N.A.B.$ est situs determinatus ex natura rectae, (seu N est situs sui ad A et B unicum) per artic. 4. Et eodem modo $M.A.B.$ est determ. Et $L.A.B.$ est determ.

(17) Jam Axioma esto in situ aliquo pro puncto determinato substitui possunt puncta determinantia.

Itaque in situ determinato $N.A.B$ pro A substitui potest $M.B$ (quia A. determinatur ex $M.B$. seu situs $M.A.B$ est determinatus) et fiet $N.M.B.B$, vel omissa inutili reduplicatione ipsius B. fit $N.M.B$. qui etiam est determinatus. Similiter demonstrari potest situm $N.L.B$. esse determinatum, itaque in situ $N.M.B$ pro B substituendo $N.L$. fiet denique $N.L.M$. situs determinatus, Q. E. D.

(18) Omne punctum sui situs unicum ad duo puncta, minusque distans ab utroque quam ea distant inter se cadit in rectam inter ea interceptam. Si sit $AC \sqcap AB$ et $BC \sqcap AB$ et $A.B.C$. determ. erit ACB recta, patet ex defin. rectae artic. 1. Forte tamen et aliter demonstrari poterit; ex intersectionibus circulorum, ita ut definitionem rectae liceat assumere adhuc strictiorem in speciem, quae tamen idem efficiat.

(19) Omne punctum sui situs unicum ad duo puncta cadit in rectam per ea duo puncta transeuntem, si opus productam.

Sint tria puncta $A.B.C$, quorum situs inter se sit determinatus, dico ea cadere in eandem rectam. Est enim aliquod ex ipsis medium, quod minus vel certe non majus distet a reliquis quam ipsa inter se. Quod sic ostendo, jungantur AB, BC, AC rectae et sit ex his maxima vel certe non minor ulla reliquarum AB, proxima vel certe non minor ultima sit AC, tertia seu nulla alia major sit BC. Patet C fore medium, seu non magis distare ab A et B, quam ea inter se. Ergo per praecedentem ACB erit recta. Itaque pro recta talem possumus habere propositionem localem. Sit $Y.A.B$ determ. et $\overline{Y}$ (seu locus omnium Y) erit recta. Hinc si duae rectae habere ponantur plus quam duo puncta communia coincident si opus productae et proinde duae rectae non habent segmentum commune, nec spatium claudunt.

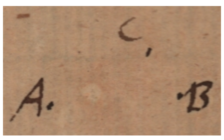
(20) Sequitur et locum omnium punctorum ad duo puncta unicorum esse lineam, seu in viam puncti determinatam per duo puncta transeuntem incidere.

(21) Nam linea est via puncti.

(22) Planum est extensum ex tribus punctis determinatum, seu locus omnium punctorum sui ad tria puncta situs unicorum. Seu si $Y.A.B.C$ determinatum est erit $\overline{Y}$ planum. Datis autem tribus quibusvis punctis non in eandem rectam cadentibus determinatur ali-

---

17 BC *(1)* jam si non cadunt in eandem rectam erit *dazu Figur, nicht gestr.:*



(2) dico fore *(a)* AC *(b)* C istud *(3)* patet L

quid quod planum voco. Et generaliter assumtis quibuslibet aliquid determinatum est, seu ad ea determinate se habens.

(23) Tria puncta determinantia planum cadunt in ipsum planum. Nam situs ipsius A ad A est determinatus, ergo et situs ipsius A ad $A.B.C.$

(24) Si duo puncta rectae sint in plano, ipsa recta est in plano. Sit recta $\overline{Z}.L.M$ et planum $\overline{Y}.A.B.C.$ et L sit Y, itemque M sit Y. dico omne Z esse Y. Nam primo $L.A.B.C.$ est determinatum, item secundo $M.A.B.C.$ et tertio $Z.L.M$. Ergo in determinatione tertia pro L. et M ex determ. 1. et 2. substituendo determinantia, fiet $Z.A.B.C$ determinatum. Ergo omne Z est Y.

Hinc manifestum est omnem rectam omni plano applicari posse; itemque rectam in plano posse moveri.

(25) Tria quaevis puncta in plano sumta idem planum determinant, seu punctum quodvis in plano sui ad tria plani puncta (non in eadem rectam cadentia) situs unicum est. Hoc potest demonstrari ad modum articuli 16 in recta. Item sic: Sint illa tria puncta $L.M.N.$ dico ea determinare planum in quo sunt, nam determinare utique possunt aliquod planum si non cadant in rectam, et id planum est unicum, per artic. 22 et sunt in plano quod determinant per artic. 23. Ergo planum in quo sunt determinant.

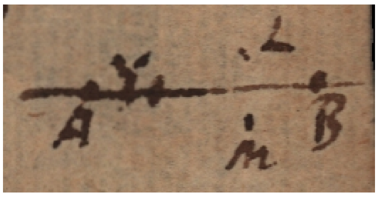
(26) Circumferentia circuli est locus in plano omnium punctorum quorum situs ad unum aliquod punctum sit idem seu describitur ab extremo rectae in plano motae (quod fieri potest per artic. 24) uno puncto immoto. Et notis ita designabitur: Si $YA = BA$ in plano, $\overline{Y}$ est circumferentia circuli.

(27) Omne planum plano simile est si indefinite sumantur, (seu si duorum planorum ambitus sint congrui ipsa plana congrua sunt) nam si planum determinatur per $A.B.C$ sumantur in alio plano puncta $L.M.N$ sic ut sit $L.M.N. \sim A.B.C$, erit et determinatum per $L.M.N.$ simile determinato per $A.B.C.$ eo scilicet sensu quo determinationem explicuimus.

(28) Si planum a plano secetur, sectio communis est recta. Si duo plana se secant, saltem plus quam unum punctum commune habent, sumamus ergo duo puncta communia A et B. Et in uno plano $\overline{Y}$ sumamus tertium C, in altero plano $\overline{Z}$ tertium L. et pro plano $\overline{Y}$ erit $Y.A.B.C.$ det. pro plano $\overline{Z}$ erit $Z.A.B.L$ determ. Sit jam recta $\overline{V}$ ita ut sit $V.A.B$ determ. dico omnes V fore Z et omne V fore Y. Nam si $V.A.B$ determ. Ergo et $V.A.B.C.$ determ. et $V.A.B.L$ determ. Ergo V est Y et V est Z. seu V cadit et in $\overline{Y}$ et in $\overline{Z}$. Verum nullum praeterea aliud punctum his duobus planis commune dari potest, quod non in hanc rectam cadit. Nam si tria puncta in eandem rectam non cadentia communia forent,

coinciderent duo plana, talia enim tria puncta planum determinant.

(29) In plano locus omnium punctorum eodem modo se ad duo puncta habentium est recta seu sit $YL = YM$ erit $\overline{Y}$ recta.



[*Fig. 2*]

Sint duo puncta in loco proposito, nempe A et B quorum unumquodque se eodem modo habeat ad L quo ad M, etiam quod ipsis determinatur eodem modo se habebit ad L quo ad M. nempe recta $\overline{Y}.A.B$. Nullum aliud tale punctum datur, quod non sit in hac recta, esto enim tale punctum H quod non cadat in rectam AB. Cumque ex punctis A, B, H, quippe non in eandem rectam cadentibus determinetur totum planum, sequeretur totum planum eodem modo se habere ad L quo ad M, quod est absurdum, vel ideo quia sequeretur ipsum M eodem modo se habens ad L quo ad M, id est coincidere cum L, quia coincidit cum M, contra Hypothesin. Dantur autem plura quam duo puncta eodem modo se habentia ad L et ad M. Nam si circuli centris L et M, radiis LM describa[n]tur, se secabunt et quidem in duobus punctis, quia unus est partim intra alium partim extra. Sed de his mox.

(30) Eodem modo demonstrabitur locum omnium punctorum eodem modo se habentium ad duo data puncta esse planum.

(31) Hinc ex artic. 31 sequitur planum indefinite protensum a recta indefinite protensa secari in duas partes indifferentes. Et ex 31 similiter spatium secari a plano. Sed haec distinctius ostendenda.

(32) Recta rectam indefinita indefinitam secat in duas partes, quarum qualibet eodem modo se habet ad secantem.

Sit recta $\overline{Y}$ et recta $\overline{Z}$ et B sit Y item B sit Z. Rursusque sit $\overline{Z}$ ⧞ $\overline{V} + \overline{X}$ (vel omne Z sit V vel X) et aliq. V sit B et aliq. X sit B dico fore $\overline{Y}.\overline{V}$ ⧞ $\overline{Y}.\overline{X}$.