

## 21 (40833). CHARACTERISTICA GEOMETRICA

20. August 1679

**Überlieferung:** *L* Konzept: LH 35 I 11 Bl. 1–16. 8 Bog. 2° halbbrüchig beschrieben. 32 S. —  
 Gedr.: 1. GERHARDT, *Math. Schr.* 5, 1858, S. 141–168; 2. ECHEVERRÍA, *La Caractéristique*,  
 Teil 2, Paris 1979, S. 144–204–205–211; 3. LEIBNIZ, G. W., *La caractéristique géométrique*.  
 Hrsg. v. J. Echeverría u. M. Parmentier. Paris 1995. S. 142–233; 4. (span. Übers. 2.)  
*Leibniz: Obras filosóficas y científicas*, Vol. 7B: *Escritos matemáticos*, hrsg. v. Mary Sol  
 de Mora Charles, Granada 2015, S. 439–480; 5. (engl. Teilübers.) R. ARTHUR, *Leibniz on*  
*Time, Space and Relativity*, 2021, S. 357–359.

5

10 Augusti 1679.

10

## Characteristica Geometrica

(1) C h a r a c t e r e s sunt res quaedam quibus aliarum rerum inter se relationes ex-  
 primuntur, et quarum facilius est quam illarum tractatio. Itaque omni operationi quae fit  
 in characteribus respondet enuntiatio quaedam in rebus: et possumus saepe ipsarum re-  
 rum considerationem differre usque ad exitum tractationis. Invento enim quod quaeritur  
 in characteribus facile idem invenietur in rebus, per positum ab initio rerum characte-  
 rumque consensum. Ita machinae exhiberi possunt modulis, corpora solida repraesentari  
 possunt in plana tabula, ita ut nullum sit punctum corporis, cui non respondens aliud  
 assignari possit in tabula secundum leges perspectivae. Itaque si quam operationem geo-  
 metricam scenographica ratione in tabula plana super imagine rei peregerimus; poterit  
 eventus illius operationis exhibere punctum aliquod in Tabula, cui facile sit invenire punc-  
 tum respondens in re. Ac proinde solutio problematum stereometricorum in plano peragi  
 poterit.

01-001\_R

01\_top

15

01\_mid

20

12 (1) Characterum utilitas in eo consistit ut dum ipsi tractantur, de re (a) ipsa (b) quam reprae-  
 sentant cogitare necesse non sit donec sub exitum tractationis quod inventum est in characteribus rursus  
 ad rem ipsam transferatur (2) (1) C h a r a c t e r e s *L* 12 sunt (1) quaedam rei (a) signa (b) notae  
 quibus (aa) ipsae (bb) aliarum (2) res *L* 12 f. relationes (1) exprimi possunt, Unde fit ut operationi  
 quae fit in characteribus respondeat semper (2) exprimuntur *L* 14 respondet (1) consideratio (2)  
 enuntiatio *L* 14 saepe (1) usque ad exitum (a) cons (b) tractationis (2) ipsarum *L* 15 exitum  
 (1) considerationis (2) tractationis *L* 17 consensum. (1) ita delineationibus in tabula plana factis  
 exprimi possunt (2) Ita (a) corpora (b) machinae *L* 19 in tabula erg. *L* 20 scenographica ratione  
 erg. *L* 20 f. peregerimus; (1) poterimus (2) poterit (a) ex (b) eventus *L* 21 f. cui (1) respondeat  
 pun (2) facile sit (a) pun (b) invenire ... re |, quaesitum *gestr.* |. Ac *L*

01\_bot

(2) Quanto autem characteres sunt exactiores, id est quo plures rerum relationes exhibent, eo maiorem praestant utilitatem, et si quando exhibeant omnes rerum relationes inter se, quemadmodum faciunt characteres Arithmetici a me adhibiti, nihil erit in re quod non per characteres deprehendi possit: Characteres autem Algebraici tantum

5 praestant quantum Arithmetici, quia significant numeros indefinitos. Et quia nihil est in Geometria quod non possit exprimi numeris, cum Scala quaedam partium aequalium exposita est, hinc fit, ut quicquid Geometricae tractationis est, etiam calculo subijci possit.

02-002\_L

02\_top

(3) Verum sciendum est, easdem res diversis modis in characteres referri posse, et

10 alios aliis esse commodiores. Ita Tabula in qua corpus arte perspectiva delineatur potest et gibba esse, sed praestat tamen usus tabulae planae; et nemo non videt characteres numerorum hodiernos, quos Arabicos vel Indicos vocant, aptiores esse ad calculandum, quam veteres Graecos et Romanos; quanquam et his calculus peragi potuerit. Idem et in Geometria usu venit; nam Characteres Algebraici neque omnia quae in spatio considerari

15 debent, exprimunt; (Elementa enim jam inventa et demonstrata supponunt;) neque situm ipsum punctorum directe significant; sed per magnitudines multa ambage investigant. Unde fit ut difficile sit admodum quae figura exhibentur exprimere calculo; et adhuc

difficilius calculo inventa efficere in figura: itaque et constructiones quas calculus exhibet plerumque sunt mire detortae et incommodae. Quemadmodum alibi ostendi exemplo

20 problematis hujus[:] data basi, altitudine et angulo ad verticem invenire Triangulum.

02\_mid

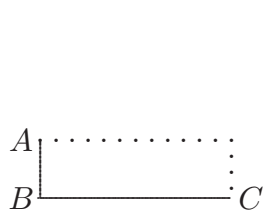
(4) Equidem animadverto Geometras solere descriptiones quasdam figuris suis adjicere, quibus explicentur figurae, ut quae ex figura ipsa satis cognosci non possunt, ut linearum aequalitates ac proportionalitates saltem ex verbis adjectis intelligantur: plerumque et longius progrediuntur, et multa verbis exponunt, etiam quae ex figura ipsa

25 sunt manifesta, tum ut ratiocinatio sit severior, nihilque a sensu atque imaginatione pen-

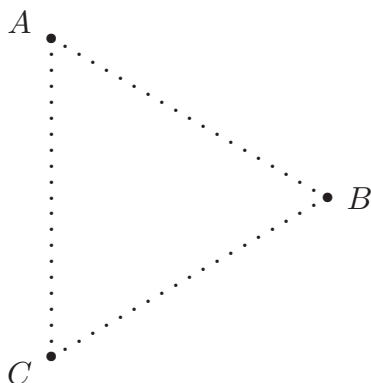
2 utilitatem (1); ut (2), (a) quod numeros (b) et L 3 a me adhibiti erg. L 4 possit: (1) ita etiam characteres Algebraici, hunc (2) Characteres L 10f. potest | non plana tantum, sed *gestr.* | et L 14 spatio | extenso *gestr.* | considerari L 15f. exprimunt; | (Elementa ... supponunt;) erg. | neque | satis *gestr.* | situm ... directe (1) exhibent (2) significant L 16 multa ambage investigant. erg. L 21f. adjicere, (1) ex quibus modus figuram delineant (2) quibus L 22 satis | certo *gestr.* | cognosci L 25–93,1 manifesta (1) | eo *nicht gestr.* | ut arbitror consilio, (2) tum (3) | tum ... tum erg. | ut L

19 ostendi: Vgl. N. 20 (40834) vom 19. August 1679.

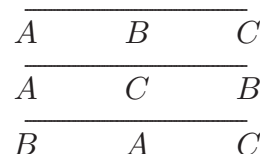
deat sed omnia rationibus transigantur; tum ut figurae ex descriptione delineari, aut si forte amissae sint, restitui possint.



[Fig. 1]



[Fig. 2]



[Fig. 3]

Hoc autem quamvis non satis exacte observent, praebuere tamen nobis Characteristicae Geometricae velut vestigia quaedam ut cum Geometrae dicunt rectang.  $ABC$  intelligunt factum ex ductu  $AB$  super  $BC$  ad angulos rectos. Cum dicunt  $AB$  aequ.  $BC$  aequ.  $AC$  exprimunt Triangulum aequilaterum. Cum dicunt ex tribus  $AB$ .  $BC$ .  $AC$ . duo quaedam aequari tertio designant omnia tria  $A$ .  $B$ .  $C$ . esse in eadem recta.

(5) Ego vero cum animadverterem hoc solo literarum, puncta figurae designantium usu nonnullas figurae proprietates posse designari; cogitare porro coepi, an non omnes punctorum figurae cujusque relationes iisdem literis ita designari possint, ut tota figura characteristice exhibeatur, et quae crebris linearum ductibus, vix ac ne vix quidem praestantur sola harum literarum collocatione ac transpositione inveniantur. Nam plerumque confusio oritur in figura ex multiplicibus linearum ductibus praesertim cum adhuc tentandum est, cum contra tentamenta characteribus impune fiant. Sed subest aliquid majus nam poterimus characteribus istis veras definitiones omnium exprimere quae sunt Geometricae tractationis, et analysin ad principia usque nempe axiomata et postulata

2–5 possint. (1) Habemus ergo (2) | Hoc (a) tamen (b) autem ... nobis *erg.* | Characteristicae  $L$  7 aequilaterum cum dicunt (1)  $AB + BC$  aeqv.  $AC$ . eo ipso designant puncta  $A$ .  $B$ .  $C$ . esse in eadem recta (2) ex tribus  $L$  9 animadverterem (1) hac sola literarum, puncta figurae designantium (a) expressio (b) collocatione (2) hoc  $L$  15 est, (1) solida (2) tantaque est considerationum multitudo, ut (3) cum  $L$  17 tractationis, (1) ultimam ana (2) et analysin ad (a) ultima usque (b) prima (c) principia  $L$

continuatione cum Algebra sibi non sufficiat, sed propositionibus per Geometriam inventis uti cogatur; et dum omnia ad duas illas propositiones, quarum una duo quadrata in unum addit, altera vero triangula similia comparat, referre conatur pleraque a naturali ordine detorquere cogatur.

- 5 (6) Nos vero ubi semel Elementa characteribus nostris demonstraverimus, facile poterimus modum deprehendere inveniendi problematum solutiones quae statim eadem opera exhibeant constructiones et demonstrationes lineares; cum contra Algebraici inventis valoribus incognitarum de constructionibus adhuc solliciti esse debeant et constructionibus repertis demonstrationes lineares quaerant. Itaque miror homines non considerasse, si  
 10 demonstrationes et constructiones esse possunt lineares omni calculo exutae, multoque breviores, profecto etiam inventionem dari debere linearem: nam in lineari non minus quam algebraica Synthesi regressum dari necesse est. Causa autem cur analysis linearis nondum deprehensa fuerit haud dubie nulla alia est, quam quod Characteres nondum inventi sunt quibus ipse situs punctorum directe repraesentaretur, nam in magna rerum  
 15 multitudine et confusione sine characteribus expedire sese difficile est.

(7) Quod si jam semel figuras et corpora literis exacte repraesentare poterimus, non tantum Geometricam mirifice promovebimus, sed et opticen et phoronomicam, et mechanicam, in universum quicquid imaginationi subjectum est, certa methodo et velut  
 20 analysi tractabimus, efficiemusque arte mirificia ut machinarum inventiones non sint futurae difficiliores quam constructiones problematum Geometriae. Ita etiam nullo negotio sumtuque machinae etiam valde compositae imo et res naturales delineari poterunt sine figuris, ita ut posteritati transmittantur, et quandocunque lubebit figurae ex descriptione summa cum exactitudine formari possint. Cum nunc quidem ob delineandarum figurarum

2 propositiones, (1) pythagoricam et (2) quarum  $L$  6 problematum (1) constructiones (a) ita ut postea ex (b) ita ut postea (2) solutiones  $L$  9 f. quaerant. (1) Nos ver (2) Nos vero ubicunque (3) | itaque ... si erg. | demonstrationes  $L$  10 f. lineares, | omni ... breviores erg. | (1) etiam inv (2) profecto etiam (a) inventionem  $L$  12 quam (1) algebraico calculo regressus detur (2) algebraica  $L$  12 est. (1) Obstitit tantum (2) Causa  $L$  14 quibus (1) accurate (2) ipse  $L$  15 f. est. (1) Qvodsi jam semel (a) plana solidaque Geometria char (b) quicquid planae solidaeque Geometriae subjectum est, (2) (7) Qvod  $L$  17 f. tantum (1) imaginationem (2) Geometriam mirifice (a) juvabimus, (b) promovebimus, sed et (aa) quicquid imaginationi subjectum est, nimirum (bb) opticen, et (aaa) scientiam mot (bbb) phoronomicam, et mechanicam, (aaaa) et textoriam artem, omnia (—) (bbbb) in universum  $L$  20–95,4 Geometriae. | ita enim ... compositae (1) describi poterunt (2) imo ... ob (a) taedium (b) delineandarum ... patet erg. | poterunt  $L$

difficultatem, sumtusque multa pereant, hominesque a rerum sibi exploratarum atque reipublicae utilium descriptione deterreantur, verba etiam neque satis exacta neque satis apta hactenus ad descriptiones concinnandas habeantur, quemadmodum vel ex botanicis et armorum insigniumque explicatoribus patet. Poterunt enim caeterae quoque qualitates quibus puncta quae in Geometria, ut similia considerantur inter se differunt facile sub characteres vocari: Ac profecto tum demum aliquando spes erit penetrandi in naturae arcana, cum id omne quod alius vi ingenii atque imaginationis ex datis extorquere potest, nos ex iidem datis certa arte securi et tranquilli educemus.

(8) Cum vero nihil tale cuiquam hominum, quod sciam in mentem venerit, nec ulla uspiam praesidia apparerent, coactus sum rem a primis initiis repetere, quod quam difficile sit nemo credit nisi expertus. Itaque diversis temporibus plus decies rem aggressus sum diversis modis, qui omnes erant tolerabiles et praestabant aliquid, sed scrupulositati meae non satisfaciebant. Tandem multis resectis ad simplicissima me pervenisse agnovi, cum nihil aliunde supponerem, sed ex propriis characteribus omnia ipse demonstrare possem. Diu autem haesi etiam reperta vera characteristicae hujus ratione, quia ab Elementis per se facilibus atque aliunde notis incipiendum mihi videbam, quae tanta scrupulositate ordinare minime gratum esse poterat. Perrexerunt tamen et molestia hac superata denique ad majora sum eluctatus.

(9) Verum ut omnia ordine tractemus sciendum est primam esse considerationem ipsius spatii, id est Extensi puri absoluti. Puri inquam a materia et mutatione absoluti autem, id est illimitati atque omnem extensionem continentis. Itaque omnia puncta sunt in eodem spatio et ad se invicem referri possunt.

An autem spatium hoc a materia distinctum res quaedam sit, an solum apparitio constans seu phaenomenon, nihil refert hoc loco.

7 cum (1) efficere arte poterimus, ut (2) id L 7 datis (1), nos secuta arte velut ludentes consequemur (2) (—) (3) extorquere L 15 quia (1) res faciles (2) ab L 19 (1) Omnia in Geometria punctorum tantum consideratione absolvuntur. Nam et lineae (a) proprietas (b) natura ex eo constat, (aa) (data) quodcunque eius (bb) punctum eius utcunque assumptum, certam quandam ad data aliquot puncta habet relationem, per quam ex ipsis determinari sive inveniri potest. Superficies autem vel per lineas, vel immediate per puncta cognosci possunt, et corpora per superficies vel lineas vel puncta. Punctorum autem duorum (aaa) considerat (bbb) consideratio (ccc) simul existentium consideratio nihil aliud quam situm unius ad alterum sive distantiam continet, vel quod idem est rectam interceptam (2) (9) Verum L 20 et (1) mobilitate (2) mutatione L 21 f. omnia (1) quae supponi po (2) puncta sunt in eodem (a) spatio, Unde intelligi potest impossibile esse (b) spatio L 23 hoc (1) sit (2) a materia (a) separatum sit (b) distinctum L

(10) Proxima est consideratio P u n c t i , id est ejus quod inter omnia ad spatium sive extensionem pertinentia simplicissimum est quemadmodum enim Spatium continet extensionem absolutam, ita punctum exprimit id quod in extensione maxime limitatum est, nempe simplicem situm. Unde sequitur punctum esse minimum, et partibus carere  
 5 et omnia puncta congruere inter se (sive coincidere posse), adeoque et similia atque si ita loqui licet aequalia esse.

(11) Si duo puncta simul existere sive percipi intelligantur, eo ipsa considerata offertur relatio eorum ad se invicem quae in aliis atque aliis binis punctis diversa est, nempe relatio loci vel situs quem duo puncta ad se invicem habent, in quo intelligitur eorum  
 10 distantia. Est autem d i s t a n t i a duorum, nihil aliud quam quantitas minimae unius ad alterum viae, et si bina puncta A. B. servato situ inter se binis aliis punctis C. D. etiam situm inter se servantibus simul congruant aut succedere possint utique situs sive distantia horum duorum eadem erit quae distantia illorum duorum. Nam congrua sunt quorum unum alteri coincidere potest, nulla intra alterutrum mutatione facta. Coinci-  
 15 dentium autem A.B. itemque C.D. eadem distantia est, ergo et congruorum, quippe quae sine distantiae intra A.B. vel intra C.D. mutatione facta, possunt coincidantia reddi.

(12) V i a autem (qua et distantiam definivimus) nihil aliud est quam locus continuus successivus. Et via puncti dicitur L i n e a . Unde et intelligi potest extrema lineae esse puncta, et quamlibet lineae partem esse lineam, sive punctis terminari. Est autem  
 20 via continuum quoddam, quia quaelibet ejus pars extrema habet cum alia anteriori atque posteriori parte communia. Unde consequitur, ut hoc obiter addam, si linea quaedam in aliqua superficie ducatur, non posse aliam lineam in eadem superficie continue progredientem inter duo prioris lineae extrema transire, quin priorem secet.

(13) Via lineae ejusmodi ut puncta ejus non semper sibi invicem succedant, s u -

2-4 quemadmodum ... situm *erg.* L 4f. carere | (pars enim toto minor) *gestr.* | et L 5 (sive coincidere posse) *erg.* L 11 viae (1). Via autem a puncto ad punctum intelligitur esse (a) via alicuius (b) locus continuus puncti, | m⟨—⟩ *erg.* | quod successivus binis primum uni ex binis punctis deinde alteri coincidit congruit, et medio tempore ordine percurrit puncta continui cuiusdam ab uno ex binis illis punctis terminati, quae puncti vid dicitur L i n e a (c) locus *nicht gestr.* (2), et L 11 servato situ inter se *erg.* L 12 simul (1) congruere possint utique distantia eorum sibi sit (2) congruant L 13f. sunt (1) quae servato situ sine (2) quorum L 19 terminari | Via autem minima a puncto ad punctum necessario | via puncti seu *erg.* | linea est, nam utique via puncti (1) viae rei alterius (a) continui (b) extensi (a) major est (2) minor (a) est (b) sive simplicior est quam via alterius extensi. *gestr.* | Est L 21 ut ... addam *erg.* L 22 superficie (1) describatur (2) ducatur L 22 eadem superficie (1) indefinite (2) continue L

per f i c i e s est; et via superficiei ut puncta ejus non semper sibi invicem succedant, est c o r p u s . Corpus autem moveri non potest, quin omnia ejus puncta sibi succeant (quemadmodum demonstrandum est suo loco), et ideo novam dimensionem non producit. Hinc apparet nullam esse partem corporis cujus ambitus non sit superficies, nullamque esse partem superficiei cujus ambitus non sit linea. Patet etiam extremum superficiei pariter atque corporis in se redire sive esse a m b i t u m quendam.

(14) Assumptis jam duobus punctis eo ipso determinata est via puncti per unum pariter atque alterum simplicissima possibilis: alioqui eorum distantia non esset determinata, adeoque nec situs. Haec autem linea quae a duobus solis punctis per quae transit determinata est nimirum, ut posito eam per duo data punta transire, ipsa sola hinc consideranda offeratur, ea inquam linea dicitur r e c t a , et licet utcunque producatu dicitur una eademque recta. Ex quibus sequitur non posse duo eadem puncta duabus rectis communia esse, nisi ea duae rectae quantum satis est productae conincidant: ac proinde duas recta non habere segmentum commune (alioqui et duo segmenti hujus extrema haberent communia), nec spatium claudere sive componere ambitum in se redeuntem. Alioqui recta una ab altera digressa ad eam rediret, adeoque in binis punctis ei occurreret. Pars quoque rectae est recta nam et ipsa determinatur per duo illa puncta sola, per quae sola determinatur totum. Determinatur inquam, id est omnia ejus puncta consideranda seu percurranda ex sola duorum punctorum consideratione offeruntur. Ex his patet si *A.B.C.* et *A.B.D.* congrua sint, et *A.B.C.* in una recta esse dicantur, coincidere *C* et *D.* Seu si punctum tantum unicum sit quod eam habeat ad duo puncta relationem quam habet, erunt tria puncta in una recta. Contra si plura duobus sint puncta eodem modo se habentia ad tria vel plura puncta data erunt haec quidem in eadem recta, illa extra eam, cujus rei ratio est, quod quae ad determinantia eodem modo se habent, eo ipso ad determinata eodem modo se habent, itaque tria plurave puncta in eadem recta haberi possunt pro duobus. Puncta autem eodem modo se habentia requiro plura duobus. (Nam si sint duo tantum, res procedit modo tria ad quae unumquodque duorum eodem modo

3 (quemadmodum ... suo loco) *erg. L* 4 cujus (1) extremum (2) ambitus *L* 7 est | eorum distantia, sive *erg. u. gestr.* | via (1) unius ad (2) puncti *L* 9 per quae transit *erg. L* 11 licet (1) indefinite (2) utcunqve *L* 14f. (alioqvi ... communia) *erg. L* 15 redeuntem. (1) Sequitur et partem rectae (2) alioqvi *L* 17 recta, (1) nam et ipsa determinatur | seu consideranda offertur nimirum qvoad omnia sua puncta *erg.* | per duo illa puncta sola, per quae determinatur totum (2) nam *L* 19 punctorum | per quae transit *gestr.* | consideratione *L* 19–98,1 Ex his ... recta) *erg. L* 22 si (1) qvod punctum plu (2) plura | duobus *erg.* | sint *L* 27 quae (1) | unius  $\langle \text{---} \rangle$  *erg.* | se habent eodem modo neqve sint (2) unumqvodqve *L*



se habet, sint in eodem plano, licet non sint in eadem recta.)

Recta quoque uniformis est ob simplicitatem, seu partes habet toti similes. Et omnis recta rectae similis est quia pars unius alteri congrua est, pars autem rectae toti similis. Et in recta distingui non potest concavum a convexo, sive recta non habet duo latera  
 5 dissimilia, vel quod idem est; si duo puncta sumantur extra rectam, quae eodem modo se habeant ad extrema rectae vel duo quaelibet puncta in recta, ea sese etiam eodem modo habebunt ad totam rectam, seu ad quodlibet punctum in recta; a quocunque de-  
 mum latera rectae illa duo extra rectam puncta sumantur. Cujus rei ratio est, quia quae  
 10 ad puncta determinantia aliquod extensum eodem modo se habent modo, ea etiam ad totum extensum eodem modo se habere necesse est. Denique recta a puncto ad punctum minima est ac proinde distantia punctorum nihil aliud est quam quantitas rectae interceptae. Nam via minima utique magnitudine determinata est a solis duobus punctis; sed et positione determinata est neque enim in spatio absolute plures minimae a puncto  
 15 ad punctum esse possunt (ut in sphaerica superficie plures sunt viae minimae a polo ad polum). Nam si minima est absolute, extrema non possunt diduci manente lineae quantitate ergo nec partium extrema (nam et partes inter sua extrema minimas esse necesse est) salva singularum partium quantitate, ergo nec salva totius quantitate. Jam si lineae duo extrema maneant immota et linea ipsa transformetur, necesse est puncta ejus aliqua a se invicem diduci. Itaque extremis rectae immotis, salva quantitate minima  
 20 inter duo puncta, in aliam transformari non potest, itaque non dantur plures minimae incongruae dissimiles inter duo puncta. Quare si duae inter duo puncta essent minimae essent congruae inter se. Jam una aliqua minima est recta (ut supra ostendimus), ergo et alia minima erit recta. At duae rectae inter duo puncta coincidunt. Itaque minima inter duo puncta non nisi unica est.

3 qvia ... similis *erg.* L 6 vel ... recta *erg.* L 12 interceptae. (1) Nam si determinata est via (2) Nam (a) viae minimae | qvantis *erg.* | utiqve (b) via minima | utiqve magnitudine *erg.* | determinata L 12 f. punctis; (1) res plures minimae esse possunt, alioqvi (a) novae determinatione discern (b) novum determinans accedere deberet qvo una via minima ab alia via minima discerneretur (2) sed L 14 f. (ut ... polum) *erg.* L 17 est (1). ergo linea transformari non potest (a) salva qvantis, (aa) ergo omnis cur (bb) transformatione (cc) transformatio enim salva extremorum distantia, sine (aaa) partium saltem did (bbb) punctorum qvorundam mediorum partim diductione (b) salva extremorum distantia (2) ergo salva lineae qvantis puncta media non possunt moveri (3) Mutatio ergo partium qvantis (4) salva L 18 immota (1) moveaturqve punctum eius medium, (2) et L 21 f. minimae (1) ambae essent rectae. Supra autem demonstratum est congruerent inter se seu ambae essent rectae (2) essent L 23 erit recta. (1) Ergo duae erunt rectae inter duo puncta (2) At L



(15) Modus generandi lineam rectam simplicissimus hic est: Sit corpus aliquod cujus duo puncta sint immota et fixa, ipsum autem corpus nihilominus moveatur, tunc omnia puncta corporis quiescentia incident in rectam quae per duo puncta fixa transit. Manifestum enim est ea puncta locum habere ex datis duobus punctis fixis determinatum seu manentibus duobus punctis fixis et toto solido existente, moveri non posse; cum caetera extra rectam eadem servata ad duo puncta fixa relatione, locum mutare possint. Unum hic incommodum est, quod ea recta hoc modo descripta non est permanens. Aliter generari potest linea recta, si qua detur linea flexilis, sed quae in maiorem longitudinem extendi non possit. Nam si extrema ejus diducantur quousque id fieri potest; linea flexilis in rectam erit transmutata. Eodem modo et plani ac Circuli et Trianguli proprietates ex constitutis definitionibus duci possent. Nam de linea recta in speciem tantum disseruimus.

(16) Haec omnia animo consequi non difficile est, etsi neque figurae nisi imaginatione delineentur, neque characteres adhibeantur alii quam verba, sed quia in ratiocinationibus longe productis neque verba ut hactenus concipi solent satis exacta sunt, nec imaginatio satis prompta; ideo figuras hactenus adhibuere Geometrae. Sed praeterquam quod saepe delineantur difficulter, et cum mora quae cogitationes optimas interea effluere sinunt; nonnumquam et ob multitudinem punctorum ac linearum schemata confunduntur, praesertim cum tentamus adhuc et inquirimus; ideo characteres sequenti modo cum fructu adhiberi posse putavi.

(17) Spatium ipsum seu extensum (id est continuum cujus partes simul existunt) non aliter hic quidem designari commode posse video quam punctis. Quoniam figurarum delineationes exacte exprimere propositum est, et in his non nisi puncta et tractus quidam continui ab uno puncto ad aliud spectantur, in quibus puncta infinita pro arbitrio sumi possunt.

1 (15) (1) Ex his duos etiam habemus modos (2) Modus L 1 rectam (1), | hic est erg. | unus per simplicem motum (a) hoc modo (b) corporis cuiuscunque hoc modo: (2) simplicissimus L 3 quae (1) duo puncta fixa connectit (2) per L 4 est (1) haec sola (a) ex (b) ad duo puncta fixa esse determinata, (aa) sola (bb) nam si et ipsa moverentur, seqvetur diversa eorum loca | eadem *nicht gestr.* | (2) ea L 4f. seu ... existente, (1) locum mutare (2) moveri non posse erg. L 6f. Unum ... permanens erg. L 10–12 Eodem ... disseruimus erg. L 17 saepe (1) difficulter delineantur *nicht gestr.* (2) delineantur L 17 cum (1) taedio (2) mora L 22 aliter | hic quidem erg. | designari | commode erg. | posse L 24–100,2 spectantur, (1) hinc tractus autem ipsi (2) | in ... possunt erg. | ideo L



fig. 1.

[Fig. 4]

09 top

Ideo puncta quidem certa exprimemus literis solis ut  $A$ , item  $B$  fig. 1.

(18) Tractus autem continuos exprimemus per puncta quaedam incerta sive arbitraria, ordine quodam assumpta, ita tamen, ut appareat semper alia intra ipsa tum ultra  
5 citraque semper posse sumi.

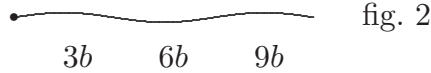


fig. 2

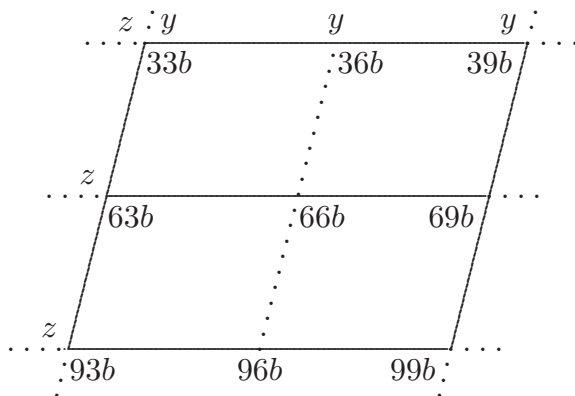
[Fig. 5]

Ita  $3b\ 6b\ 9b$  fig. 2. significabit nobis totum tractum, cujus quodlibet punctum appellatur  $b$ . et in quo pro arbitrio assumimus partes duas, unam cujus extrema sunt puncta  $3b$ .  $6b$ , alteram cujus extrema sunt puncta  $6b$ .  $9b$ . Unde patet illas duas partes  
10 continuas esse, cum habeant commune punctum  $6b$ . et divisio earum sit facta pro arbitrio.  
09 mid Hic tractus in quo duarum partium commune extremum nullum aliud est quam punctum, dicitur *Linea*, et repraesentari etiam potest motu puncti,  $b$ , quod viam quandam percurrit, sive vestigia tot quot puncta diversa  $3b$ .  $6b$ .  $9b$ . relinquere intelligitur. Hinc linea dici potest via puncti. Via autem est locus puncti continuus successivus. Potest  
15 et per compendium designari hoc modo: Linea  $\overline{yb}$  designando per literam  $\overline{y}$ . vel aliam numeros ordinales pro arbitrio sumtos collective. Cum vero scribemus:  $y\ b$  sine nota supra  $y$  intelligimus, quodcunque lineae  $\overline{yb}$  punctum, distributive.

2 quidem (1) determinata (2) certa exprimemus literis | simplicibus *gestr.* | solis ( $a$ ) ut  $A$ .  $B$ . ( $b$ ) ut  $L$  2f. fig. 1. (1) Puncta autem incerta, et quae pro arbitrio assumi possunt, exprimemus adjectis numeris, ut appareat tum haec puncta tum alia quoque inter ipsa, et ultra citraque ipsa posse assumi. ita lineam (2) Tractus autem continuos (3) (18) Tractus  $L$  8 duas, (1) quarum extrema sunt puncta  $3b$  et  $6b$  (2) unam  $L$  14–101,1 puncti. (1) Via autem est locus continuus successivus. (2) Via ... puncti | continuus *erg.* | successivus | Potest ... aliam ( $a$ ) puncta pro arbitrio sumta ( $b$ ) numeros ... distributive *erg.* | (18 | bis *erg.* *Hrsg.* |) Eodem  $L$

(18 bis) Eodem modo tractus quidam fingi possunt, quorum partes cohaerent lineis, vel qui describi intelliguntur motu lineae tali ut puncta ejus non succedant sibi sed ad nova deveniant.

fig. 3



[Fig. 6]

Hic tractus sive via lineae dicitur superficies, ponamus nimirum in fig. 3 lineam supradictam  $3b6b9b$  moveri, ejusque locum unum appellari  $33b36b39b$ , locum alium sequentem  $63b66b69b$  et rursus alium sequentem  $93b96b99b$ , fiet superficies  $33b36b39b$ ,  $63b66b69b$ ,  $93b96b99b$  quam et per compendium sic designabimus,  $\overline{zy}b$ .

(19) Ubi patet etiam, quemadmodum motu lineae  $\overline{yb}$  secundum puncta  $\overline{zb}$  describitur superficies  $\overline{zy}b$ . Ita vicissim motu linea  $\overline{zb}$  secundum puncta  $\overline{yb}$  describi eandem superficiem  $\overline{yz}b$ . At  $yzb$  significabit unaquaeque loca puncti  $b$ , non collective, sed distributive, et  $z\overline{yb}$  significat unam aliquam lineam  $\overline{yb}$  in superficie  $\overline{zy}b$  sumtam quamcunque etiam non collective sed distributive.

(20) Neque refert cujus figurae sint ipsae lineae quae moventur; aut etiam secundum quas fit motus, sive quas unum ex lineae motae punctis, describit, inspiciatur figura 4.

1 quorum (1) extrema (2) partes  $L$  2 non (1) percurrant (2) succedant  $L$  5 in fig. 3  
 erg.  $L$  12  $\overline{yz}b$ . (1) Neque referre cuius figurae sint lineae describentes (2) At  $yzb$  significabit (a)  
 omnia puncta (b) locum punctorum quorumcunque (c) unaquaeque  $L$

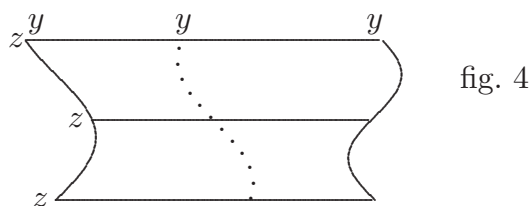
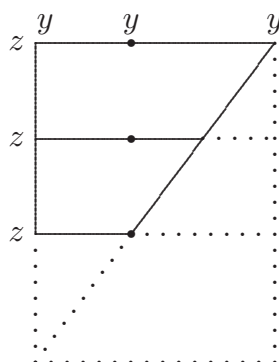


fig. 4

[Fig. 7]

Potest etiam fieri ut durante motu, ipsa linea mota figuram mutet, ut linea  $\bar{z}b$  in dicta fig. 4. Quod clarius intelligi potest, si quis cogitet quam superficiem descripturus esset arcus, qui durante explosione utcunque moveretur totus, exempli causa si caderet in terram.

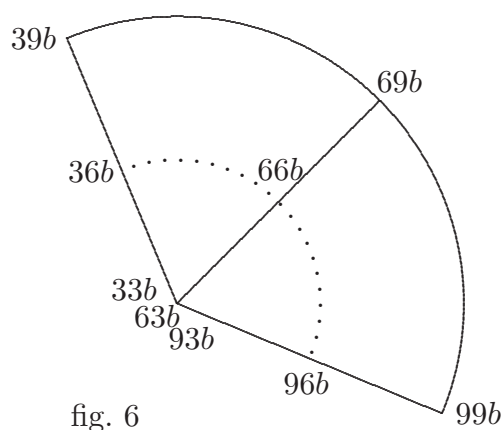
fig. 5.



[Fig. 8]

Potest etiam linea mota durante motu partes aliquas amittere, quae ab ea sive re sive animo separantur, ut patet ex fig. 5.

4 totus (1). Fieri etiam potest, ut (2), exempli  $L$



[Fig. 9]

Fieri etiam potest, ut punctum unum plurave, exempli gratia  $3b$  in linea mota durante motu quiescat, et loca ejus expressa velut plura, exempli gratia  $33b$ .  $63b$ .  $93b$ ., inter se coincidant, ut intelligitur inspecta fig. 6. Sed hae varietates omnes multaeque aliae plures etiam characteribus designari poterunt, quamadmodum suo loco patebit.

(21) Quemadmodum autem lineae motu describitur Tractus ille quem vocant Superficiem, ita superficiei motu (tali ut partes ejus vel puncta sibi non ubique succedant) describitur Tractus quem vocant solidum sive corpus.

5

10 mid

2 punctum (1) aliquod lineae motae (2) unum plurave | exempli gratia  $3b$  erg. | in  $L$



$\left\{ \begin{array}{l} 333b \ 336b \ 339b, \ 363b \ 366b \ 369b, \ 393b \ 396b \ 399b \\ 633b \ 636b \ 639b, \ 663b \ 666b \ 669b, \ 693b \ 696b \ 699b \\ 933b \ 936b \ 939b, \ 963b \ 966b \ 969b, \ 993b \ 996b \ 999b \end{array} \right\}$  ubi tamen notandum hoc loco ob

rectam  $\overline{z}3b$  immotam puncta  $333b, 633b, 933b$ , ideoque loco omnium in figura reperitur solum  $33b$  coincidere itemque puncta  $363b, 663b, 963b$ , unde etiam in figura habetur tantum  $63b$ ; ac denique cum eodem modo hic coincidant puncta  $393b, 693b, 993b$ , tamen per  $93b$  expressa sint.

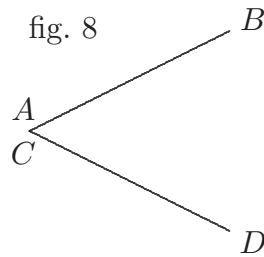
Hoc solidum autem per compendium exprimemus hoc modo:  $\overline{xy}z\overline{b}$ , et aliquam ejus superficiem seu locum aliquem ipsius  $\overline{zy}b$  exprimemus hoc modo  $x\overline{zy}b$  (ita exhibetur sectio cylindricae portionis seu solidi hujus facta plano per axem). Potest etiam aliqua ejus superficies assumi hic modo  $z\overline{xy}b$  (ita exhibetur sectio hujus portionis cylindricae secundum basin seu plano basi parallelo); item hoc modo  $y\overline{x}z\overline{b}$  (ita exhibetur sectio hujus cylindricae portionis per alium cylindrum axem cum isto communem habentem). Aliae quoque sectiones ejusdem Figurae intelligi possunt, quia infiniti etiam fingi possunt modi, eam generandi per motum vel etiam resolvendi in partes secundum certam aliquam legem. Caeterum omnes varietates, quas in superficiei productione vel resolutione paulo ante indicavimus, multo magis in solido locum habere manifestum est. Denique dimensionem aliquam alteriorem solido, seu tractum ipsius solodi motu tali descriptum ut puncta ejus sibi ubique non succedant reperiri non posse, suo loco demonstrandum est.

(22) Porro tractus ipsi seu loca punctorum quorundam indefinitorum, determinantur punctis quibusdam certis, itemque Legibus quibusdam secundum quas ex paucis illis punctis certis caetera puncta indefinita ordine in considerationem venire, et tractus ipsi generari sive describi possint.

Quod antequam exponamus, signa quaedam explicabimus quibus in sequentibus utendum erit. Primum itaque fieri potest ut duo vel plura nomina in speciem diversa non sint revera nisi unius rei sive loci, id est puncti vel lineae alteriusve tractus, atque ita eadem esse sive coincidere dicentur.

9 f.  $x\overline{zy}b$  (1) si locum aliquem ipsius (2) ita exhibetur sectio | cylindricae ... plano *erg.* | per  $L$  12 seu ... parallelo *erg.*  $L$  13 per (1) aliam portionem cylindricam (2) alium  $L$  21 f. certis (1) ipsius Tractus productionem (2), itemqve Legibus quibusdam (a) per quas (b) quas (c) secundum ... illis (aa) assumtis (bb) punctis  $L$  22 indefinita (1) ex paucis quibusdam ut dixi sumtis, (2) ordine  $L$  23 generari sive *erg.*  $L$  23 f. possint. (1) Et quidem ex uno  $\langle \text{---} \rangle$  (2) Qvod antequam exponamus, | primum *gestr.* | signa  $L$  25 in speciem diversa *erg.*  $L$  26 sive loci *erg.*  $L$

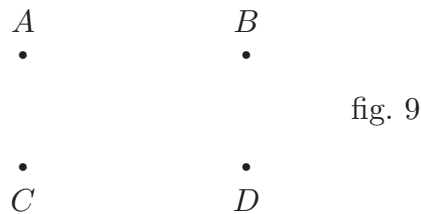




[Fig. 11]

Ita si sint duae lineae  $AB$  et  $CD$ , sintque puncta  $A$  et  $C$  unum idemque hoc ita designabimus:  $A \propto C$ , id est  $A$  et  $C$  coincidunt. Hoc maxime usum habebit in designandis punctis aliisque extremis communibus diversorum Tractuum. Idem enim punctum sive  
 5 extremum suas denominationes habebit, tam secundum unum tractum, quam secundum alterum. Quod si dicatur  $A.B \propto C.D$ . sensus erit simul esse  $A \propto C$  et  $B \propto D$ . Idemque est in pluribus. Ab utraque enim enuntiationis parte, idem ordo est observandus.

11 bot (23) Quod si duo non quidem coincidunt, id est non quidem simul eundem locum occupent, possint tamen sibi applicari, et sine ulla in ipsis per se spectatis mutatione  
 10 facta alterum in alterius locum substitui queat, tunc duo illa dicentur esse *c o n g r u a* ut  $AB$  et  $CD$ . in fig. 8.



[Fig. 12]

3 id est | puncta *gestr.* |  $A$  et  $C$   $L$  4 communibus (1) diversarum figur (2) diversorum  $L$   
 6 alterum. (1) Qvod si duae res non coincidunt qvidem sive eundem locum simul occupent (2) Qvod si dicatur (a)  $A. B$ . coincidere (b)  $A. B \propto C. D.$   $L$

Itaque fiet:  $AB \propto CD$  item  $A.B \propto C.D$  in fig. 9. id est servato situ inter  $A$  et  $B$ , item servato situ inter  $C$ . et  $D$ . nihilominus  $C.D$ . applicari poterit ipsi  $A.B$  id est simul applicari poterit  $C$  ipsi  $A$  et  $D$  ipsi  $B$ .

(24) Si duo extensa non quidem congrua sint, possint tamen congrua reddi, sine ulla mutatione molis sive *q u a n t i t a t i s*, id est retentis omnibus iisdem punctis; facta tantum quadam si opus est transmutatione, sive transpositione partium vel punctorum; tunc dicentur esse *a e q u a l i a*.

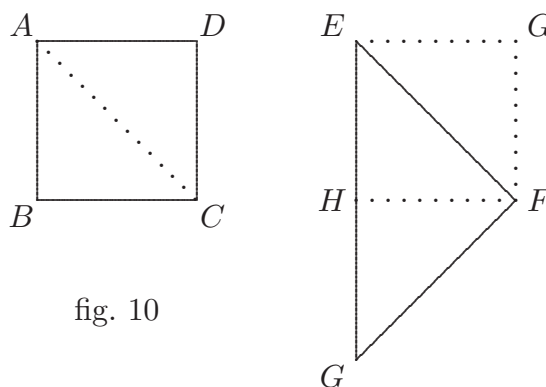


fig. 10

[Fig. 13]

Ita in fig. 10 Quadratum  $ABCD$  et Triangulum isosceles  $EFG$  basin habens  $EG$  lateri  $AB$  quadrati duplam; aequalia sunt: nam transferatur  $FHG$  in  $EGF$  quia  $EGF \propto FHG$ . fiet  $EFG$  aequ.  $EHFG$ . Jam  $EHFG \propto ABCD$ . ergo  $EFG$  aequ.  $ABCD$ .

Hinc generalius si  $a \propto c$  et  $b \propto d$  erit  $a + b \propto c + d$ . (sive aequ.) Imo amplius: Si  $a \propto e$ ,  $b \propto f$ ,  $c \propto g$ ,  $d \propto h$  fiet:  $a + b - c + d \propto e + f - g + h$ . Sive si duae fiant summae ex quibusdam partibus uno eodemque modo addendo vel subtrahendo; partesque unius sint congruae partibus alterius eodem modo ad totum constituendum concurrentibus, quaelibet unius summae uni alterius summae sibi ordine respondentis; tunc duae summae quae inde fient, non quidem semper congruae erunt, erunt tamen semper aequales.

6 si opus est *erg. L* 10 sunt (1) sive: quia  $ABC$  aequ.  $EHF$  (a) et  $ABC$  aequ. (b) aequ.  $ADC$  aequ.  $FHG$  (2): nam  $L$  11  $\propto FHG$ . (1) erit (2) fiet  $EHFG \propto ABCD$ . Hinc (3) fiet (a)  $EHFG$  aequ. (b)  $EFG$   $L$  13 sive (1) ex congruis quocunque eandem summam (2) si (a) congrua hinc (b) duae fiant summae (aa) et partes addendo vel subtrahendo; partesque illas congruant ordine (bb) ex  $L$  15f. concurrentibus (1) ordine (2) quaelibet | unius ... alterius summae *erg.* | sibi  $L$

Atque ita argumentatio a congruis ab aequalia ipsa aequalium definitione constituitur. Sunt quidem alias aequalia, quorum eadem est magnitudo. Verum ipsa partium congruentium cuidam rei sive mensurae, multitudo, est magnitudo.

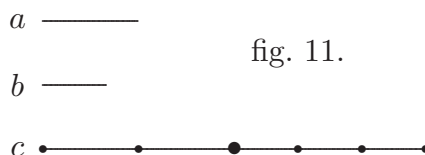


fig. 11.

[Fig. 14]

5 Ut si in fig. 11 sint duo magnitudinem habentia,  $a$  et  $b$ , et detur res tertia  $c$  quae sit bis  $a$  + ter  $b$ . Patet ejus magnitudinem multitudine partium tum ipsi  $a$  tum ipsi  $b$  congruentium exprimi. Itaque quae congruae reddi possunt nullo addito vel detracto utique aequalia esse necesse est.

[Erster Ansatz, gestrichen]

10 Cum enim punctum quodvis cuivis congruat, et numerus punctorum in duobus rebus  
 12 bot congruis sit idem, hoc est cuilibet puncto in uno respondeat suum proprium in altero,  
 utique aequalia sunt sed quia non satis accurate puncta partes appellantur aut nume-  
 rum habere dicuntur; et possunt aequalia esse quae nullas habent partes congruentes ut  
 superficies cylindrica et circulus ideo magnitudinem poterimus intelligere generalius esse  
 15 attributum rei expressum per alias res, ad ipsam pertinentes homogeneas datas manen-  
 tem etiam harum rerum relatione inter se invicem mutata. H o m o g e n e a s intelligo  
 quae in communi aliquo conveniunt, ut punctum, linea, corpus et horum partes. D a t a s

2 Verum (1) magnitudo est (a) illud ipsum quod (b) nihil aliud quam (2) ipsa  $L$  5 in  
 fig. 11 erg.  $L$  7 nullo (1) puncto (2) addito vel detracto erg.  $L$  12 utique aequalia sunt erg.  $L$   
 13f. dicuntur; | et ... quae (1) null (2) nihil aliud habent congruens quam pun (3) nullas ... circulus erg. |  
 ideo  $L$  14 poterimus (1) definire (2) intelligere generalius (a) expressionem rei per alias res | ad ipsam  
 pertinentes erg. | datas ita determinatas ut nulla qualibet earum proposita cognosci possit an ad rem  
 pertineat vel non (b) esse  $L$  17 aliquo | absoluto ita gestr. | conveniunt  $L$  17 corpus (1) in hoc  
 (a) ut situm habeant secund (b) spatium pertineant, (2) et  $L$

id est congruentes certis quibusdam rebus; D e t e r m i n a t a s , ita scilicet ut quaelibet earum proposita appareat ex ipsa expressione an ad rem pertineat vel non. Atque ita illud extensi praedicatum per quam determinari potest, an punctum aliquod ad ipsum pertineat, quodque eadem manet mutato punctorum situ inter se ita ut unum alterius vel ambo unius repetitione generari possint, m a g n i t u d o extensi appellabitur. Quodsi partes datis quibusdam rebus congruae determinari in re possint, utique et puncta in illis determinari poterunt, adeoque numerus partium rebus quibusdam certis congruentium, cum modum exhibeat omnia rei puncta ita determinandi, ut nihil referat quis sit situs punctorum invicem, utique erit magnitudo.

5 [13-013\\_R](#)

[Zweiter Ansatz]

10

(25) Verum ut rem istam altius repetamus explicandum est, quid sit pars et totum, quid homogeneous, quid magnitudo, quid ratio. P a r s nihil aliud est quam requisitum totius diversum (seu ita ut alterum de altero praedicari nequeat) immediatum, in recto cum correquisitis.

$$\overline{A \quad B \quad C}$$

[Fig. 15]

15

Ita  $AB$ . requisitum est ipsius  $AC$ . id est si non esset  $AB$ . neque foret  $AC$ . Diversum quoque est, neque enim  $AC$  est  $AB$ . alioqui enim rationalis est requisitum hominis, sed quia homo est rationalis, ideo rationalis (qui hominis requisitum est,) et homo, idem est, etsi enim expressione differant, re tamen conveniunt. Pars immediatum est requisitum, neque enim connexio inter  $AB$  et  $BC$  pendet a quadam consequentia sive connexione causarum, sed ipsa per se patet, ex hypothesi assumti totius. Est autem in recto cum correquisitis, semper enim convenire debent secundum certum quendam considerandi modum, nam et quae ut Entia tantum, imo et ut cogitabilia spectamus, verbi gratia DEUM,

[13 top](#)

20

[13 mid](#)

1 id est | datis *gestr.* | congruentes  $L$     2 ex ipsa expressione *erg.*  $L$     3 extensi (1) expressio (2) praedicatum  $L$     4f. ita ut ... possint *erg.*  $L$     6 in re *erg.*  $L$     7 partium (1) determinatae rei (2) dat (3) rebus  $L$     12f. requisitum | totius ... nequeat) *erg.* | immediatum (1) homogeneous totius (2) in recto  $L$     21 totius. (1) Homogeneous esse intelligo, (2) Est  $L$     22 qvendam (1) assumandi (2) considerandi  $L$

hominem, virtutem, possumus considerare velut partes unius totius ex ipsis compositi. Excluduntur ergo requisita immediata quidem et diversa ut rationalitas in abstracto quae requisitum est hominis immediatum diversum neque enim homo est rationalitas, attamen non hic spectatur ut conveniens cum homine, sed ut attributum: alioqui sane negari non potest, etiam ex his duobus: homo et rationalitas fingi posse unum totum, cujus haec partes. At rationalitas hominis pars non erit, requiritur enim ad hominem in obliquo, seu non convenienti quadam ratione, cum aliis quae ad hominem praeterea requiruntur. Sed haec sunt magis metaphysica, nec nisi in eorum gratiam adducuntur, qui notionum intima intelligere desiderant. Simplicius ita definiemus: *P a r t e s* sunt quae requiruntur ad unum quatenus cum eo conveniunt.

(26) *N u m e r u s* est cujus ad unitatem relatio est quae inter partem et totum vel totum et partem. Quare fractos etiam et surdos comprehendo.

(27) *M a g n i t u d o* Rei distincte cognita est numerus (vel compositum ex numeris) partium rei cuidam certae (quae pro mensura assumitur) congruentium. Ut si sciam esse lineam quae bis aequetur lateri ter aequetur diagonali cujusdam quadrati certi mihi que satis cogniti, ut ad ipsum cum lubet recurrere possim, ejus lineae magnitudo mihi cognita esse dicetur, quae erit binarius partium lateri congruentium, + ternarius partium diagonali congruentium. Diversis autem licet assumtis mensuris quibus eadem res diversimode exprimitur tamen semper eadem prodit magnitudo, quia ipsis mensuris iterum resolutionis ad idem denique semper devenitur; adeoque mensurae diversae illum ipsum numerum eundem resolutione prodeuntem jam involvunt. Quemadmodum unus idemque est numerus tres quartae, ex sex octavae; si quartam iterum in duas partes resolvat. Atque talis

3 hominis (1), | nec *nicht gestr.* | tamen (2) | immediatum ... enim *erg.* | homo *L* 4 ut (1) homogeneous hominis (2) convenientes *L* 7 non (1) modo (2) ita ut id quod ex ipsis homogeneous (3) ead (4) convenienti *L* 9–11 desiderant | Simplicius ... conveniunt *erg.* | (26) (1) Magnitudo est (2) Numer (3) *N u m e r u s* (a) totum est, cuius partes (aa) sunt Unitates vel sunt homogeneous unitati (bb) exprimuntur per unitates. Itaque sub numero et (aaa) fractiones (bbb) fractos, et surdos comprehendo (b) est (aa) inter q (bb) cuius *L* 13 Rei distincte cognita *erg.* *L* 16 possim (1) eius magnitudinem (2) rei (3) eius *L* 18 f. quibus ... exprimitur *erg.* *L* 22–111,11 resolvat. (1) *R a t i o* est numerus (a) exprimens quomodo (aa) unum r (bb) unam rem (b) exprimens magnitudinem (c) exprimens magnitudinem rei unius (d) exprimens rei magnitudinem (e) cui (f) aequalis numero rei unius (2) | Atque ... utrum (a) aliquid propositum (b) aliqua ... pars, (aa) quodque manet et quidem nulla habita ratione (bb) vel aliud ... manentibus (aaa) punctis, manet (bbb) homogeneous ... puncti (aaaa) aut lineae (bbbb) repetitione quadam (aaaaa) fit linea, tamet (bbbbb) continua ... fit linea | saepe ... congruat *erg.* | Aliter ... possunt, sive (aaaaaa) id potius quod col (bbbbbb) discrimen (cccccc) quod ... recidunt *erg.* | (28) *R a t i o* *L*

est Magnitudo distincte cognita. Alioquin *m a g n i t u d o* est attributum rei, per quod cognosci potest, utrum aliqua res proposita sit illius pars, vel aliud homogeneous ad rem pertinens et quidem tale ut maneat licet partium habitudo inter se mutetur. Vel etiam Magnitudo est attributum quod iisdem manentibus homogeneous ad rem pertinentibus aut substitutis congruis, manet idem. Homogenea autem ad rem aliquam pertinentia intelligo non partes solum sed et extrema atque minima sive puncta. Nam puncti repetitione quadam continua, sive motu, fit linea. Saepe autem res ita transmutantur, ut ne unica quidem pars figurae posterioris, prioris parti congruat. Aliter magnitudinem infra definio, ut sit id quo duae res similes discerni possunt, sive quod in rebus sola comperceptione discernitur. Sed omnia haec eodem recidunt.

5 <sup>14 mid</sup>

(28) *R a t i o* *i p s i u s* *A* *a d* *B* nihil aliud est quam numerus quo exprimitur magnitudo ipsius *A*, si magnitudo ipsius *B* ponatur esse unitas. Unde patet Magnitudinem a ratione differre ut numerum concretum a numero abstracto; est enim magnitudo numerus rerum, nempe partium; ratio vero est numerus unitatum. Patet etiam rei magnitudinem eandem manere, quacunque assumpta mensura per quam eam exprimere volumus; rationem vero aliam atque aliam fieri pro alia atque alia mensura assumpta. Patet etiam (ex definitione divisionis) si numerus magnitudinem exprimens ipsius *A* et alius numerus magnitudinem exprimens ipsius *B* (modo utrobique eadem mensura seu unitas adhibita sit) dividatur, provenire numerum qui est ratio unius ad alterum.

10

(29) *A e q u a l i a* sunt quorum eadem est magnitudo, seu quae nullo amisso vel accepto congrua reddi possunt.

15

*M i n u s* dicitur quod alterius parti aequale est, id vero quod partem habet alteri aequalem dicitur *M a j u s*. Hinc pars minor toto, quia parti ipsius, nempe sibi, aequalis est. Signis autem his utemur:

20

<sup>14 bot</sup>

$$\begin{array}{ll} a \sqcap b & a \text{ aequ. } b \\ a \sqcap b & a \text{ maj. quam } b \\ a \sqcap b & a \text{ min. quam } b \end{array}$$

25

Si pars unius alteri toti aequalis est, reliquae partis in maiore magnitudo dicitur *d i f f e r e n t i a*. Magnitudo autem totius est *s u m m a* magnitudinum partium, vel aliorum partibus ejus aequalium.

30

11 numerus (1) quidem quo exprimi potest magnitudo (a) <rei> (b) ipsius A, posito (2) qui ita est ad unitatem ut unit (3) quo L 15 assumpta (1) re, (a) per (b) vel (2) mensura L 16–19 patet ... dividatur (1) productum (2) provenire ... alterum *erg.* L

15-014\_R

(30) Si duo sint homogenea (sive si in uno partes assumi possint utcunque, partibus alterius aequales, et idem fieri semper possit et in residuis) neque differentia ulla sit inter ipsa, id est si neque  $a$  sit majus quam  $b$ , neque  $b$  majus quam  $a$ , necesse est esse aequalia.

15 top

Transmutentur enim ut congruant quoad licet utique aut in uno eorum supererit aliquid, aut congruent, adeoque erunt aequalia. Itaque in his consequentia haec valebit:

5

$a$  non  $\sqsupset b$ ,  $a$  non  $\sqsupset b$ . Ergo  $a \sqsupset b$ .

(31) Similia sunt quae singula per se considerata discerni non possunt.

fig. 12



[Fig. 16]

Velut duo triangula aequilatera (in fig. 12). Nullum enim attributum, nullam proprietatem in uno possumus invenire, quam non etiam possimus reperire in altero et unum ex ipsis appellando  $a$ , alterum  $b$ , similitudinem ita notabimus:  $a \sim b$ . Si tamen simul percipiantur, statim discrimen apparet, unum alio esse majus. Idem fieri potest etsi non simul percipiantur, modo aliquod velut medium assumatur sive mensura quae primum applicetur uni, aut aliquo in ipso, notatoque quomodo prius vel pars ejus cum mensura vel ejus parte congruat, postea eadem mensura etiam applicetur alteri. Itaque dicere soleo similia non discerni nisi per comperceptionem. At, inquires, ego etsi successive videam duo triangula aequilatera inaequalia ea nihilominus probe discerno. Sed sciendum est me hoc loco loqui de intelligentia, ut nimirum mens aliquid notare possit in uno, quod non procedat in altero non de sensu et imaginatione. Ratio autem cur oculi duas res similes sed inaequales discernant, manifesta est; nam supersunt nobis rerum prius perceptarum imagines, quae rei nove perceptae imaginibus applicatae discrimen

15 mid

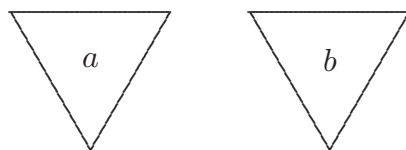
15

4 enim (1) quoque (2) quoad licet donec congruant, utique aut in uno eorum (2) ut  $L$  7 se (1) spectata (2) considerata  $L$  10 f. et unum ...  $a \sim b$  erg.  $L$  14 f. uni, | aut ... ipso erg. | notatoque (1) loco congruendi modo (2) | quomodo ... congruat erg. | postea | eadem mensura erg. | etiam  $L$  19 non ... imaginatione erg.  $L$

ipsa comperceptione harum duarum imaginum ostendunt. Et ipse fundus oculi, cujus partem majorem minoremque occupat imago, mensurae cujusdam officium facit. Denique alias res semper simul percipere solemus, quas etiam cum prioribus percepimus, unde rem novissime perceptam ad eas referendo, ut priorem ad easdem retulimus, discrimen non difficulter notamus. Si vero fingeremus, DEUM omnia in nobis ac circa nos in aliquo cubiculo apparentia proportionem eadem servata minuere, omnia eodem modo apparent neque a nobis prior status a posteriore posset discerni, nisi sphaera rerum proportionaliter imminutarum, cubiculo scilicet nostro egrederemur; tunc enim comperceptione illa cum rebus non imminutis oblata discrimen appareret. Hinc manifestum est etiam Magnitudinem esse illud ipsum quod in rebus distingui potest sola comperceptione, id est applicatione vel immediata, sive congruentia actuali sive coincidentia, vel mediata nempe interventu mensurae, quae nunc uni nunc alteri applicatur, unde sufficit res esse congruas, id est actu congruere posse.

(32) Ex his autem intelligi potest similia et aequalia simul esse congrua. Et quia similitudinem hoc signo notare placet:  $\sim$  nempe  $a \sim b$  id est  $a$  est simile ipsi  $b$ .

fig. 13



[Fig. 17]

Vid. fig. 13. Hinc consequentia erit talis:

$a \sim b$  et  $a \sqcap b$ . Ergo  $a \propto b$ .

(33) Sunt et aliae consequentiae:

$a \propto b$ . Ergo  $a \sqcap b$ .

$a \propto b$ . Ergo  $a \sim b$ .

$a \propto b$ . Ergo  $a \propto b$ .

... ..  $a \sqcap b$ .

... ..  $a \sim b$ .

5f. in aliquo cubiculo erg. L    7f. proportionaliter (1) immutatarum, e (2) imminutarum L  
 9 cum ... oblata erg. L    10f. comperceptione, (1) sive applicatione aut congruentia (2) id L  
 17 vid. fig. 13 erg. L    18 Ergo  $a \propto b$  (1) vid. fig. 13. (2) (33) L



(34) Nam quae reapse coincidunt, utique congrua sunt; quae congrua sunt utique similia, item aequalia sunt. Hinc videmus tres esse modos ac velut gradus res extensione praeditas, neque alias qualitatibus diversas discernendi. Maximus ille est, ut sint dissimiles, ita enim singulae per se spectatae ipsa proprietatum quae in ipsis observantur diversitate facile discernuntur, ita triangulum isosceles facile discernitur a scaleno, etsi non simul videantur. Si quis enim me jubeat videre an triangulum quod offertur sit isosceles an scalenum, nihil forinsecus assumere necesse habeo, sed sola latera ejus comparo inter se. At vero si jubear ex duobus Triangulis aequilateris eligere majus collatione Triangulorum cum aliis opus habeo sive comperceptione, ut explicui, neque notam aliquam discriminis in singulis spectabilem assignare possum. Si vero duae res non tantum sint similes, sed et aequales, id est si sint congruae, etiam simul perceptas non discernere possum, nisi loco, id est nisi adhuc aliud assumam extra ipsas, et observem ipsas diversum habere situm, ad tertium assumtum. Denique si ambo simul in eodem sint loco, jam nihil habere me amplius quo discriminentur. Atque haec est vera cogitationum quam de his rebus habemus Analysis cujus ignoratio fecit, ut characteristica geometriae vera hactenus non sit constituta. Ex his denique intelligitur, ut magnitudo aestimatur dum res congruere aut ad congruitatem reduci posse intelliguntur, ita rationem aestimari similitudine, seu dum res ad similitudinem reducuntur, tunc enim omnia fieri necesse est proportionalia.

(35) Ex his explicationibus coincidentium, congruorum, aequalium ac similium consequentiae quaedam duci possunt. Nempe quae sunt eidem aequalia, similia, congrua, coincidentia, sunt etiam inter se, ideoque

$$\begin{array}{lll}
 a \propto b & \text{Et } b \propto c & \text{Ergo } a \propto c \\
 a \not\propto b & b \not\propto c & a \not\propto c \\
 a \sim b & b \sim c & a \sim c \\
 a \sqcap b & b \sqcap c & a \sqcap c
 \end{array}$$

Non tamen consequentia haec valet:

$a$  non  $\propto b$  et  $b$  non  $\propto c$ . Ergo  $a$  non  $\propto c$ , prorsus ut in Logica ex puris negativis nihil sequitur.

3 neque ... diversas *erg.*  $L$       16 aestimatur (1) congruentibus, quae vel his quae ad congr (2) dum  $L$       21–115,1 quae ... (36) *erg.*  $L$

(36) Si coincidentibus sive iisdem ascribas coincidentia prodeunt coincidentia, ut  
 $a \propto c$  et  $b \propto d$ . Ergo  $a.b \propto c.d$ .

Sed in congruis hoc non sequitur, exempli causa si  $A.B.C.D.$  sint puncta, semper verum est esse  $A \propto C$  et  $B \propto D$ . Quodlibet enim punctum cuilibet congruum est. Sed non ideo dici potest  $A.B \propto C.D$ . id est simul congruere posse  $A$  ipsi  $C$  et  $B$  ipsi  $D$ . servato nimirum tum situ  $A.B$  tum situ  $C.D$ . Quanquam viceversa ex positis  $A.B \propto C.D$  sequatur  $A \propto C$ . et  $B \propto D$ . ex significatione characterum nostrorum, idque etiam verum est, licet  $A.B.C.D.$  non sint puncta sed magnitudines. At si congrua sibi ascribantur, inde oriuntur aequalia, ita:

$a + b - c \sqcap d + e - f$ , posito esse  $a \propto d$  et  $b \propto e$  et  $c \propto f$ , quia congrua semper aequalia sunt. 10

(37) Verum si congrua congruis similiter addantur, adimanturque, fient congrua. Cujus rei ratio est quia si congrua congruis similiter addantur, similia similibus similiter addentur (quia congrua sunt similia) ergo fient similia, fiunt autem etiam aequalia (nam congrua congruis addita faciunt aequalia). Jam similia et aequalia sunt congrua. Ergo si congrua congruis similiter addantur fient congrua. Idem est si adimantur. 15 <sup>17 mid</sup>

(38) An autem similiter aliqua tractentur intelligi potest ex characteristicis nostris modoque unumquodque describendi aut determinandi. In quo si sigillatim nullum discrimen notari potest, utique semper omnia similia prodire necesse est. Illud quod notandum est si qua sint similia secundum unum determinandi (distincte cognoscendi, describendi) modum eadem fore similia etiam secundum alium modum. Nam unusquisque modus totam rei naturam involvit. 20

(39) Axiomata autem illa quibus Euclides utitur, si aequalibus addas aequalia fient aequalia, aliaque id genus facile ex eo demonstrantur, quod aequalium eadem est magnitudo, id est quod substitui sibi possunt salva magnitudine. Nam sint 25 <sup>17 bot</sup>

$a \sqcap c$  et  $b \sqcap d$ , fiet  $+ a + b \sqcap c + d$ ,

nam si scribatur  $a + b$  et in locum ipsorum  $a.b$ . substituantur aequalia  $c.d$ , ea substitutio

1f. ut (1)  $A \propto C$  et  $B \propto D$ . Ergo  $A.B \propto C.D$ . idem est de congruis, qvia nihil aliud sunt quam potentia coincidentia,  $A \propto C$  et  $B \propto D$ . Ergo  $A.B \propto C.D$ . (2)  $a \propto c$   $L$  4 quodlibet ... congruum est erg.  $L$  5-8 servato ... magnitudines erg.  $L$  8 sibi (1) addantur, seqvi (2) ascribantur  $L$  11 qvia ... sunt erg.  $L$  12 (37) erg.  $L$  18 (38) erg.  $L$  25 (39) erg.  $L$  29 substituantur (1) qvae singulis aequalia sunt (2) aequalia  $L$

fiet salva magnitudine, ac proinde eorum quae prodibunt  $+c+d$  eadem erit magnitudo quae priorum  $+a+b$ . Sed haec ad calculum Algebraicum potius pertinent, satisque explicata habentur, itaque regulis magnitudinum ac rationum atque proportionum non immorabor; sed ea Maxime explicare nitar, quae situm involvunt.

18-018\_L

5

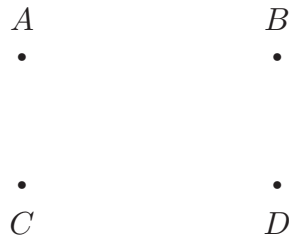
18 top

(40) Redeo nunc ad ea quae §. 22 interrupta sunt, et primum de punctis, inde de Tractibus agam. Omne punctum congruum adeoque aequale (si ita loqui licet) et simile est:

$$A \propto B, \quad A \sqcap B, \quad A \sim B.$$

(41)  $A.B \propto C.D$  significat simul esse  $A \propto C$  et  $B \propto D$ . manente situ  $A.B$  et  $C.D$ .

fig. 14



10

[Fig. 18]

18 mid

(42)  $A.B \propto B.A$  est Proposito cujus est sensus, positis duobus punctis  $A.B$ . ac situm eundem inter se retinentibus posse loca eorum permutari, seu poni  $A$  in locum  $B$  et contra.

1 f. prodibunt  $+c+d$  erg. | eadem erit magnitudo | quae priorum  $+a+b$  erg. | (1) Hoc solo substituendi artificio etiam (2) Sed  $L$  9–11  $B \propto D$ . | manente ...  $C.D$ . erg. | (1)  $A.B \propto A.Y$ . est propositio quae significat positis duobus punctis  $A.B$ . posse reperiri tertium aliquod  $Y$  (quod ideo quia indefinitum, hac litera significavi) tale ut (a)  $A.B$  et  $A$  (b) servato situ  $A.Y$ . et  $A.B$ . ipsa  $A.Y$  et  $A.B$  sibi applicari possint, nempe simul  $A$  ipsi  $A$  et  $B$  ipsi  $Y$ .  $A$  (aa) maneat (bb) ipsi  $A$  (id est  $A$  manente ubi erat) et  $B$  ipsi  $Y$ .  $A.B \propto C.Y$  (2) | (42) erg. |  $A.B \propto B.A$ .  $L$

fig. 15



[Fig. 19]

Quod ex eo manifestum est, quia relatio situs quam habent ad ambo eodem modo pertinet, nec nisi externis assumtis discrimen ullum notari potest facta permutatione.

(43)  $A.B \propto X.Y$  est propositio significans datis duobus punctis  $A$  et  $B$ . posse reperiri alia duo  $X$  et  $Y$ . quae eundem inter se situm habeant quem illa duo, sive ut haec simul illis duobus servato situ utrobique, congruere possint. Quod ex eo demonstratur, quia  $L.M$ ,  $A.B$  moveri possunt servato situ inter se, eaque respondere poterunt primum ipsis  $A.B$  deinde ipsis  $X.Y$ ., nempe  $3L.3M \propto 6L.6M$ . Sit  $A \propto 3L.$ ,  $B \propto 3M$ ,  $X \propto 6L$ ,  $Y \propto 6M$  fiet  $A.B \propto X.Y$  Nihil autem prohibet esse  $X \propto A$  unde fiet  $A.B \propto A.Y$ . Potest etiam esse  $X \propto C$  datae, unde  $A.B \propto C.Y$ .

5

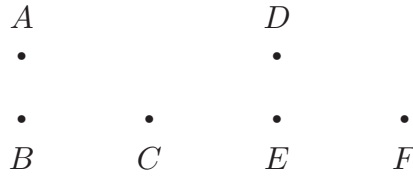
18 bot

10

(44) Si  $A.B \propto D.E$  et  $B.C \propto E.F$  et  $A.C \propto D.F$ , erit  $A.B.C \propto D.E.F$ . Vid. fig. 16.

3 f. permutatione (1)  $A.B \propto C.Y$ . est propositio significans datis tribus punctis  $A.B.C$ . inveniri posse quartum  $Y$ . cuius situs ad unum ex ipsis  $C$ . idem sit qvi situs reliquorum duorum  $|A.B. \text{ erg. }|$ , inter se (a) nempe (b) sive ut (aa)  $A.B$  sunt (bb)  $A$  ipsi  $C$  et  $B$  ipsi  $Y$  simul servato situ  $A.B.$  et  $C.Y$ . congruere possint Hinc sequitur et  $A.B \propto A.Y$ . posito  $C \propto A$ . Ratio autem horum oritur ex natura spatii in qvo nihil (aaa) contingere (bbb) sumi potest, qvov non iterum sumi possit eodem plane modo, ita ut solum discrimen sit in loco. Idem per motum sic demonstratur, transferantur simul  $A.B$ . servato situ, et  $A$  quidem incidat in locum ipsius  $C$ , utiqve  $B$  in cuiusdam puncti  $Y$  locum incidet. Eodem modo demonstratur  $A.B \propto (aaaa) X.Y$ . (bbbb)  $X.Y$ . (2)  $| (43) \text{ erg. }| A.B \propto X.Y$ .  $L \quad 7 \text{ L.M erg. } L \quad 7 \text{ f.}$  inter se  $| \text{ eaqve } \dots \text{ ipsis, } X.Y. \text{ erg. }|$ , nempe (1)  $A.B \propto 3A.3B$ . sit  $3A \propto X$  et  $3B \propto Y$  (2)  $3L.3M \propto 6L.6M$   $L \quad 12-118,2 \propto D.E.F$  vid. fig. 16.  $\text{erg. }|$  (1) Eodem modo si  $A.B \propto E.F$  vel  $A.C \propto E.G$ . et  $A.D \propto E.H$  et  $B.D \propto$  (2) Nam  $L$

fig. 16.



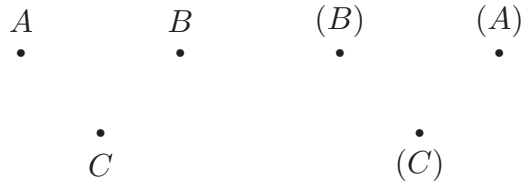
[Fig. 20]

Nam nihil aliud significat  $A.B \propto D.E$  quam simul esse  $A \propto D$  et  $B \propto E$ . situ  $A.B$  et  $D.E$  servato. Eodem modo ex  $B.C \propto E.F$  sequitur  $B \propto E$  et  $C \propto F$  situ  $B.C$  et  $E.F$  servato; et ex  $A.C \propto D.F$  sequitur  $A \propto D$  et  $C \propto F$  situ  $A.C$  et  $D.F$  servato. Habemus  
 5 ergo simul  $A.B.C \propto D.E.F$  servato situ  $A.B$  et  $B.C$  et  $A.C$ ., itemque servato situ  $D.E$  et  $E.F$  et  $D.F$  cum alias ex solis  $A.B \propto D.E$  et  $B.C \propto E.F$ . sequatur quidem simul  $A \propto D$  et  $B \propto E$  et  $C \propto F$ . Sed servatis tantum sitibus  $A.B$  et  $B.C$  item  $D.E$  et  $E.F$  non vero exprimetur servari et situs  $A.C$  et  $D.F$ . nisi addatur  $A.C \propto D.F$ .

Hinc jam principium habemus ratiocinationem ad plura etiam puncta producendi.

10 (45) Si sint  $A.B \propto B.C \propto A.C$  erit  $A.B.C \propto B.A.C$ , vel alio ordine quocunque.

fig. 17



[Fig. 21]

2 significat (1)  $A.B.C. \propto D.E.F$  qvam simul (a) congruere A (b) esse  $A \propto D$  et (2)  $A.B. \propto D.E. L$   
 2f. situ ... servato erg. L 3  $C \propto F$ . (1) et ex  $A.C \propto D.F$  sequitur  $A \propto D. C \propto F$  (2) situ L  
 4 ex  $A.C. \propto | D.E. \text{ ändert Hrsq.} |$  sequitur L 9f. producendi (1) Si  $A.B. \propto (a) B (b) C.D$  erit  
 A. B  $\sim C.D$  patet ex eo quod congrua sint similia. (2) | (45) erg. | Si L 11–119,1 quocunque. (1) Nam  
 qvia  $B.C. \propto A.B.$  seu  $\propto B.A.$  ergo simul congruent B.C et B.A. Nam transferatur  $A.B.C.$  | in (B).(A).(C).  
 erg. | ita ut A.B incidat in locum ipsius (B).(A) quod fieri potest, qvia  $A.B \propto B.A$  seu  $A.B. \propto (B).(A)$  et  
 qvia  $B.C \propto A.C$  et  $B \propto (A)$  (2) Nam L

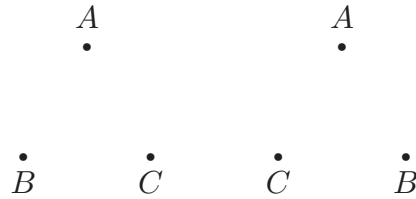
Nam si congruentibus  $A.B$  et  $(B).(A)$  ascribas congruentia  $C$ . et  $(C)$ . congruenti modo quia  $A.C \propto (B).(C)$  et  $B.C \propto (A).(C)$  fient congruentia  $A.B.C \propto (B).(A).(C)$  sive  $A.B.C \propto B.A.C$  per praecedentem. Parentheses enim tantum confusionis ex repetitione vitandae causa ascripsi. Hinc patet quid sit congruenti modo ascribi, cum scilicet omnes combinationes ab una parte enuntiationis sunt congruentes omnibus ab altera parte.

19-018\_R

19 top

5

fig. 18.



[Fig. 22]

Unde patet si  $A.B \propto B.C \propto A.C$  fore  $A.B.C. \propto A.C.B \propto B.C.A \propto B.A.C \propto C.A.B \propto C.B.A$ .

(46) Si  $A.B.C \propto A.C.B$  sequitur (tantum)  $A.B \propto A.C$  [sive triangulum esse isosceles], nam sequitur:

10

$$\begin{array}{l} A. \frown B. \frown C. \\ \quad \propto \\ A. \smile C. \smile B. \end{array} \quad A.B \propto A.C \quad B.C \propto C.B. \quad A.C \propto A.B$$

ex quibus  $B.C \propto C.B$  per se patet, reliqua duo,  $A.B \propto A.C$ . et  $A.C. \propto A.B$ . eodem recidunt, hoc unum ergo inde duximus  $A.B. \propto A.C$ .

(47) Si  $A.B.C \propto B.C.A$  sequitur  $A.B \propto B.C \propto A.C$  [seu triangulum esse aequilaterum]. Nam fit  $A.B \propto B.C. B.C \propto C.A$ .

19 mid

15

(48) Si  $A.B.C. \propto A.C.B$  et  $B.C.A \propto B.A.C$  fiet  $A.B \propto B.C \propto$

3 per praecedentem *erg. L* 4 scilicet (1) omnia simul sumta ab una (2) omnes *L*  
 13f.  $A.B. \propto A.C.$  (1) Si  $A.B.C. \propto A.C.B. \propto B.C.A.$  fiet  $A.B. \propto A.C. \propto A.C$  nam  
 ob  $A.B.C \propto A.C.B.$  fit  $A.B. \propto A.C.$  ob  $A.B.C. \propto B.C.A$  (2) (47) Si *L* 14f. [seu ... aequilaterum]  
*erg. L*

9f. [...]: Die eckigen Klammern stammen von Leibniz.

14f. [...]: Die eckigen Klammern stam-

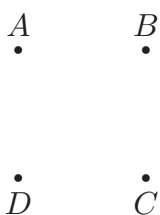
men von Leibniz.

$A.C.$ . Nam ob  $A.B.C$   $\propto$   $A.C.B.$  fit  $A.B$   $\propto$   $A.C.$  eodemque modo ob  $B.C.A$   $\propto$   $B.A.C.$  fit  $B.C.$   $\propto$   $B.A.$  sive  $A.B.$   $\propto$   $B.C.$  [itaque quodocumque in transposito punctorum ordine, unum ex tribus eundem in utroque ordine locum servat situsque posterior priori congruus est, inde tantum probari potest Triangulum esse isosceles, sed si nullum ex punctis servat

5 locum, et nihilominus situs posterior priori congruit, Triangulum est aequilaterum].

(49) Si sit  $A.B$   $\propto$   $B.C$   $\propto$   $C.D$   $\propto$   $D.A$  et  $A.C$   $\propto$   $B.D$  erit  $A.B.C.D$   $\propto$   $B.C.D.A$   $\propto$   $C.D.A.B$   $\propto$   $D.A.B.C$   $\propto$   $D.C.B.A$   $\propto$   $A.D.C.B$   $\propto$   $B.A.D.C$   $\propto$   $C.B.A.D.$

fig. 19



[Fig. 23]

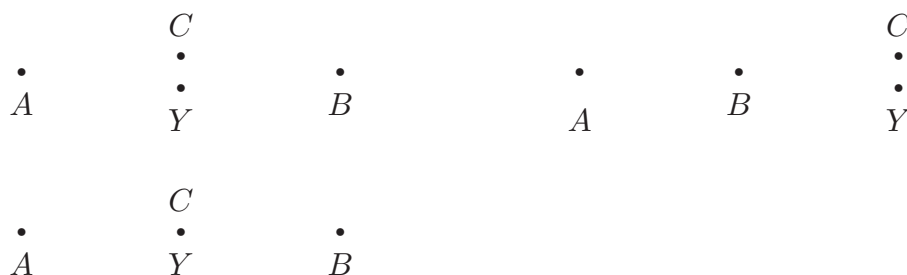
10 Hoc ex praecedentibus facile demonstratur, multaue alia hujusmodi, quae sufficiet  
 19 bot demonstrari cum ipsis indigebimus. Nunc satis habebimus principium dedisse inveniendi  
 haec solo calculo, sine inspectione figurae.

20-017 L (50) Si tria puncta  $A.B.C$  dicantur esse sita in directum tunc posito  
 20 top  $A.B.C$   $\propto$   $A.B.Y$  erit  $C \propto Y$ . Haec propositio est definitio punctorum quae in direc-  
 15 tum sita dicuntur.

3 f. situsque ... congruus est, erg. L 13 (50) erg. L

2–5 [...]: Die eckigen Klammern stammen von Leibniz.

fig. 20



[Fig. 24]

Nimirum inspiciatur fig. 20. ubi  $C$ . aliquem situm habet ad  $A$ . et  $B$ . Sumatur jam aliquod punctum  $Y$  eundem ad  $A.B.$  situm habens, id si diversum ab ipso  $C$ . assumi potest puncta,  $A.B.C.$  non sunt in directum sita, si vero necessario cum ipso  $C$ . coincidit, in directum sita dicentur.

5

(51) Datis punctis duobus semper assumi potest tertium quod cum illis sit in directum, sive si  $A.B.Y \propto A.B.X$  erit  $Y \propto X$ . Nam datis punctis duobus  $A.B.$  semper assumi potest tertium  $Y$ . quod servato ad ipsa situ moveri potest ipsis immotis. Sed via quam motu suo describit potest esse semper minor ac minor, prout aliter atque aliter assumitur punctum  $Y$ . adeoque tandem sumi poterit tale, ut spatium motus evanescat, et tunc tria puncta erunt in directum.

10

Melius forte sic enuntiabimus:  $A.B.3Y \propto A.B.6Y$  erit  $3Y \propto 6Y$  id est aliquod assignari posse  $Y$  quod servato situ ad  $A.B.$  moveri seu locum mutare nequeat.

Aliter ista videor demonstrare posse hoc modo: Sit aliquod extensum, quod moveatur servato punctorum ejus situ inter se et duobus in eo sumtis immotis. Nam si quis id neget moveri posse, eo ipso fatetur puncta ejus servato ad puncta duo sumta situ moveri nequire, et adeo cum eo sita esse in directum per definitionem. Sed nulla ratio est cur puncta illa  $A.B.$  immota durante eodem motu sumi possint haec sola, et non alia etiam sive nulla

15

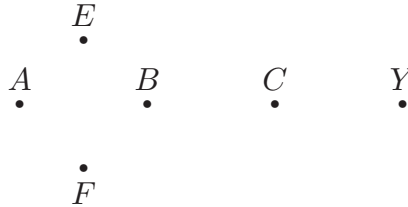
9 esse (1) major minorve (2) semper minor ac minor, (a) ac tandem evanescet sive nulla erit, ac tunc (aa) (-) (bb) pun (cc) prout  $L$  14f. Sit (1) corpus (2) aliquod | extensum *erg.* | qvoad moveatur | servato ... se et *erg.* | duobus  $L$  16 fatetur *erg.*  $L$  16 moveri (1) nequeant, adeoque (2) nequire  $L$  17 sita (1) esset (2) esse in directum | per definitionem *erg.* | . (a) Sed cum corporis illius magnitudo (b) possit esse magnitudo (c) extensum illud plane sit indefinitum ex datis punctis  $A.B.$  (d) Sed  $L$



ratio est cur puncta extensi quod his duobus immotis movetur, servant situm ad haec duo solum immota, et non etiam ad alia, nam situs quem ipsa  $A.B.$  inter se obtinent, nihil ad rem facit, itaque potuisset sumi aliquod  $Y.$  loco ipsius  $B.$  alium obtinens situm ad  $A$  quam ipsum  $B.$  obtinet. Verum quaecunque sumi possunt ut immota, ea manente eodem extensi motu sunt immota. Et quia sumtis duobus  $A.B.$  immotis motus extensi est determinatus, seu determinatum est quatenam puncta ejus moveantur aut non moveantur, hinc duobus punctis sumtis immotis, determinata sunt alia plura quae servato ad ipsa situ moveri non possunt, seu quae cum ipsis jacent in directum.

(52) Si sint  $E.A.B.$   $\propto$   $F.A.B$  et  $E.B.C.$   $\propto$   $F.B.C.$  erit  $E.A.C$   $\propto$   $F.A.C.$  Vid. fig 21.

fig. 21



[Fig. 25]

Nam per  $E.A.B$   $\propto$   $F.B.A$  erit  $E.A$   $\propto$   $F.A$  et per  $E.B.C$   $\propto$   $F.B.C$  erit  $E.C$   $\propto$   $F.C.$  Jam si sit  $E.A.$   $\propto$   $F.A$  et  $E.C$   $\propto$   $F.C$  erit  $E. \wedge A. \wedge C \propto F. \wedge A. \wedge C$  per prop. 44 (est enim  $E.A$   $\propto$   $F.A.$  et  $E.C$   $\propto$   $F.C.$  et  $A.C$   $\propto$   $A.C.$ ) Ergo si sit  $E.A.B$   $\propto$   $F.A.B$  et  $E.B.C.$   $\propto$   $F.B.C.$  erit  $E.A.C$   $\propto$   $F.A.C.$  Quod erat dem.

[Erster Ansatz, gestrichen]

(53) Inveniri possunt puncta quotcunque sita in directum cum duobus punctis datis. Sint enim duo puncta  $A.B.$  in eadem fig. 21. Sumantur alia duo  $E$  et  $F$  ita ut sit  $E.A.B$   $\propto$   $F.A.B.$

1 puncta (1) corporis (2) extensi  $L$  3 itaque (1) potuissent sumi (a) alia, ut  $A.C.$  ali (b)  $B.C.$  (c) loco  $B.$  (2) potuisset  $L$  9 (52) (1) Aliter etiam natura | trium *gestr.* | punctorum in directum jacentium explicari posse videtur, hoc modo (a) Si sint duo puncta (b) praemissa hac propositione: (aa) Si datis tribus punctis (bb) sint puncta (aaa) quotcunque  $A.B.C.D$  (bbb) tria (aaaa)  $A.B.C$  (bbbb) |  $A.B.C$  et *nicht gestr.* | sint praeterea puncta duo  $E.F.$  sitque (2) Si sint  $L$  9f.  $\propto$   $F.A.C.$  (1) nam  $E.A.$   $\propto$   $F.A.$   $E.B.$   $\propto$   $F.B.$   $E.C$   $\propto$   $F.C.$  (2) vid.  $L$

(54) Si puncta duo  $E.F$  eodem modo se habeant ad puncta quotcunque ut  $A.B.C$ . dicentur haec puncta  $A.B.C$ . esse sita in directum.

(55) Nimirum in fig. 21. si sit  $E.A.B.C \text{ } \wp \text{ } F.A.B.C$  id est  $E.A.B \text{ } \wp \text{ } F.A.B$ .  $E.A.C \text{ } \wp \text{ } F.A.C$ .  $E.B.C \text{ } \wp \text{ } F.B.C$ . id est porro  $E.A \text{ } \wp \text{ } F.A$ .  $E.B \text{ } \wp \text{ } F.B$ .  $E.C \text{ } \wp \text{ } F.C$ . dicentur puncta  $A.B.C$ . esse in directum

5

[Zweiter Ansatz]

(53): Hinc etiam erit  $E.A.B.C \text{ } \wp \text{ } F.A.B.C$  posito  $E.A.B \text{ } \wp \text{ } F.A.B$  et  $E.B.C \text{ } \wp \text{ } F.B.C$ . Nam etiam  $E.A.C \text{ } \wp \text{ } F.A.C$  per praeced. habemus ergo:  $E.A.B \text{ } \wp \text{ } F.A.B$  et  $E.A.C \text{ } \wp \text{ } F.A.C$ . et  $E.B.C \text{ } \wp \text{ } F.B.C$  et  $A.B.C \text{ } \wp \text{ } A.B.C$  id est habemus omnia quae ex hoc:  $E.A.B.C \text{ } \wp \text{ } F.A.B.C$ . duci possunt; ergo habemus etiam  $E.A.B.C \text{ } \wp \text{ } F.A.B.C$ .  
[est egregius modus regrediendi, nimirum ex consequentibus omnibus totam naturam antecedentis exhaustientibus ad antecedens.]

10 [21-021\\_R](#)

(54) Si sit  $E.A \text{ } \wp \text{ } F.A$   $E.B \text{ } \wp \text{ } F.B$   $E.C \text{ } \wp \text{ } F.C$  erit  $E. \wedge A.B. \wedge C$   
 $\wp \text{ } F. \wedge A.B. \wedge C$ . nam quae supersunt combinationes, utrinque comparandae  $A.B$  et  $B.C$  et  $A.C$  utrobique coincidunt.

[21 top](#)

15

(55)  $A.B.X \text{ } \wp \text{ } A.B.Y$  seu datis duobus punctis,  $A.B$ . inveniri possunt duo alia  $X.Y$ . ita ut  $X$  et  $Y$  eodem modo se habeant ad  $A.B$ . Vid. fig. 22.

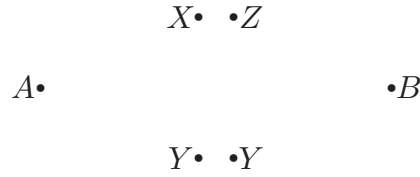
[21 mid](#)

## 2 Daneben: Est definitio

1 f. (1) (52) (2) (54) Si puncta (a) duo (b) plura (c) duo E.F eodem ... puncta (aa) esse (bb)  $A.B.C$  ... directum |vid. fig. 21. gestr. | L 15 f. coincidunt (1) (55)  $A.B.C \text{ } \wp \text{ } A.B.Y$ . seu datis tribus punctis,  $A.B.C$ . inveniri potest quartum quod sit ad duo  $A.B$ . ut tertium  $C$ . ad ipsa est. Haec propositio semper vera non est; si scilicet  $A.B.C$ . sita sint (a) in directu (b) in directum, ut postea ostendemus (2) (55) Datis duobus punctis (3) (55) L 17 vid. fig. 22. erg. L

11 f. [...]: Die eckigen Klammern stammen von Leibniz.

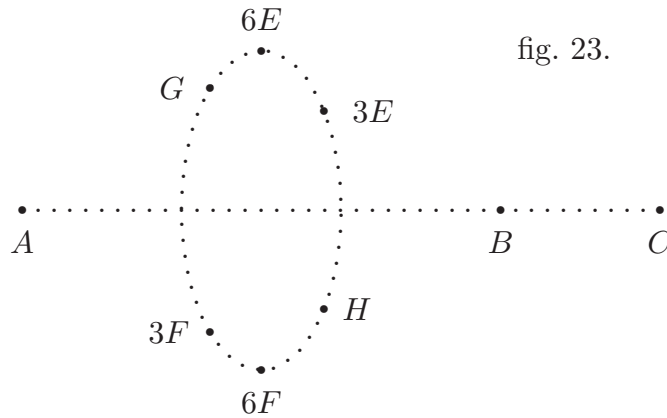
fig. 22



[Fig. 26]

Potest enim reperiri  $A.X \propto A.Y$  et  $B.Z \propto B.V$  per prop. 43. Ponatur  $Z \propto X$  (hoc enim fieri potest per prop. 43. seu  $Z$  potest esse data seu jam assumpta  $X$ . quia  $A.B \propto A.V$ ) itemque ponatur  $A.X \propto B.X$ . (nam et in  $A.X \propto A.Y$  potest  $X$ . esse data quia datur  $A.C. \propto A.Y$  per prop. 43) erit  $V.B (\propto B.Z \propto B.X \propto A.X) \propto A.Y$ . Ergo  $V.B.X \propto Y.A.X \propto X.B.V$  in quo omnia hactenus determinata continentur. Ergo potest poni  $V \propto Y$ , nihil enim in hactenus determinatis obstat. Fiet  $Y.B.X \propto Y.A.X$ . Ergo  $Y.B. \propto Y.A. \quad B.X. \propto A.X$ . Rursus  $Y.B.X \propto X.B.Y$ . Ergo  $Y.B. \propto X.B$ . Ergo fit:  $Y.B. \propto X.B. \propto Y.A. \propto A.X$ . Ergo  $A.B.X \propto A.B.Y$ .

fig. 23.



[Fig. 27]

4 et (1)  $X$  potest esse data seu (2) in  $L$  5 f.  $\propto A.Y$ . (1) Ergo  $V.B.X \propto Y.A.X$  ergo (a) potest sumi (b) sumendo  $V \propto Y$ . fiet  $A.B.X \propto A.B.Y$ . in qvo omnia hactenus determinata continentur. ponatur  $\langle \text{---} \rangle$  (2) Ergo  $L$

(56) Si tria puncta  $E.F.G$  sumta distributive eodem modo se habeant ad tria puncta  $A.B.C$  sumta collective, erunt tria priora in eodem arcu circuli, tria posteriora in eadem recta seu jacebunt in directum. Hanc propositionem annotare placuit, ratio patebit ex sequentibus.

(57) Si sit  $E.A.B.C \propto F.A.B.C \propto G.A.B.C$  et sit  $E$  non  $\propto F$ ,  $E$  non  $\propto G$ ,  $F$  non  $\propto G$ . dicentur puncta quotcunque  $A.B.C$  sita esse in directum, seu esse in eadem recta.

(58) Omisso licet puncto  $C$ . Si sit  $E.A.B \propto F.A.B \propto G.A.B$  erunt puncta  $E.F.G$  in eodem plano.

(59) Iisdem positis erunt puncta  $E.F.G$ . in eodem arcu circuli.

(60) Inter duo quaevis congrua assumi possunt infinita alia congrua, nam unum in locum alterius servata forma sua transire non posset, nisi per congrua.

(61) Hinc a quolibet puncto ad quodlibet punctum duci potest linea. Nam punctum puncto congruum est.

(62) Hinc et a quolibet puncto per quodlibet punctum duci potest linea.

(63) Linea duci potest quae transeat per puncta quotcunque data.

(64) Eodem modo ostendetur per lineas quotcunque datas transire posse superficiem. Nam si congruae sunt, patet lineam generantem successive in omnibus esse posse. Si congruae non sunt, patet lineam generantem durante motu, ita augeri minui et transformari posse, ut dum illuc venit, congrua fiat.

(65) Unumquod[que] in spatio positum potest, servata forma sua; seu cuilibet in spatio existenti infinita alia congrua assignari possunt.

(66) Unumquodque servata forma sua moveri potest infinitis modis.

(67) Unumquodque ita moveri potest servata forma sua, ut incidat in punctum datum.

Generalius: unumquodque servata forma sua ita moveri potest, ut incidat in aliud cui congruum in ipso designari potest. Nam congruum unum transferri potest in locum

1 (1) (56) Datis duobus punctis inveniri possunt alia quotcunque cum ipsis in directum jacentia. (a) sint duo puncta A.B. (b) inspicie fig. 21. Sint duo puncta A.B. inveniantur (per prop. 55.) alia duo E.F ita ut sit  $E.A.B \propto F.A.B$ . denique per prop. 43. inveniantur punctum (aa) C. ita ut sit (bb) Y tale ut sit  $Y.E. \propto Y.F$  (2) (56) L 1 E.F.G sumta erg. L 2 A.B.C erg. L 3 placuit, (1) demonstratio (2) ratio L 6–8 directum, (1) seu cadere in eandem re (2) seu ... recta (a) (58) iisdempositis erunt puncta E.F.G. in eodem plano. (59) iisdem positis erunt puncta E.F.G in arcu Circuli (b) (58) omisso | licet erg. | puncto L 13f. Nam ... est erg. L 25f. datum (1) | (67) nicht gestr. | Unumq (2) Generalius L 27 ipso (1) assumi potest. potest eni (2) designari potest. Nam (a) hoc congruum transferri potest in locum illius (b) congruum L

alterius, nec quicquam prohibet id in quo congruum illud est quod transferri debet, simul cum ipso transferri, quia ratio separationis nulla est: et quod uni congruorum aptari potest, poterit et alteri congruorum similiter aptari.

(68)  $A \propto B$  id est assumpto puncto quodlibet alid congruum est.

5 (69)  $A.B \propto B.A$  ut supra.

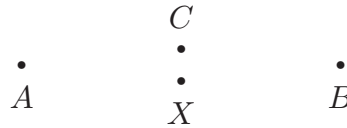
(70)  $A.B \propto X.Y$ . Eodem modo  $A.B.C \propto X.Y.Z$  et  $A.B.C.D \propto X.Y.Z.\Omega$ . et ita porro. Hoc enim nihil aliud est, quam quotcunque puncta posse moveri servato situ inter se. Situm autem eorum inter se servari intelligi potest, si ponatur esse extrema Lineae cujusdam rigidae qualiscunque.

10 (71)  $A.B \propto C.X$ .  $A.B.C \propto D.X.Y$ . etc.

Hoc enim nihil aliud est quam quotcunque puncta, ut  $A.B.C$ . posse moveri servato situ inter se; ita ut unum ex ipsis  $A$  incidat in punctum aliquod datum  $D$ . reliquis duobus  $B.C$  in alia quaecunque  $X.Y$  incidentibus.

15 (72) Si  $A.B.C$  non  $\propto A.B.Y$  nisi  $C \propto Y$ . tunc puncta  $A.B.C$  dicentur sita in directum (vid. fig. 20) seu  $C$ . erit situm in directum cum ipsis  $A.B$ . si unicum sit quod eum situm ad  $A.B$ . habeat.

fig. 20



[Fig. 28]

An autem talis punctorum situs reperiatur postea inquirendum erit.

[Erster Ansatz, gestrichen]

20 (73)  $A.B.X \propto A.B.Y$ . Nam sit  $A.X \propto A.Y$ . et  $B.X \propto B.Y$ . per 71. (Nam  $A.B \propto C.Y$ . dicta prop. 71. Pro puncto  $B$  dato, ponatur punctum  $X$ . aliquod. Et ponatur  $C$  datum

7-9 Hoc ... qvam | qvodduncqve ändert Hrsg. | puncta ... qvaliscunqve erg. L 15 directum  
(1) | cum nicht gestr. | A.B.C (2) cum relationem (3) situm eundem ad A.B. habentium unicum est. (4)  
c u m L 21 prop. 71. (1) ponatur (2) pro | puncto erg. | B dato ponatur | punctum erg. | aliqvod L

$\propto A$ . fiet  $A.X \propto A.Y$ . Eodem modo fiet  $B.X \propto B.V$ .) Ostendendum fieri posse  $V \propto Y$ . Ponatur  $A.X \propto B.X$ . (Quia  $X$ . arbitrarium est) fiet  $B.V \propto A.Y$ . (Nam  $A.Y \propto A.X \propto B.X \propto B.V$ .) Itaque  $V.B.X \propto Y.A.X \propto X.B.V$  per 44. In quibus continentur omnia quae assumimus, quibus non repugnat sumi  $V \propto Y$  quo posito fiet  $Y.B.X \propto Y.A.X \propto X.B.Y$ . Unde fiet:  $A.Y \propto B.Y \propto A.X \propto B.X$ . Ac proinde per 44. fiet:  $A.B.X \propto A.B.Y$ .

5

[Zweiter Ansatz]

Linea autem cujus omnia puncta sita sunt in directum, dicetur *recta*. Sit enim  $A.B.ZY \propto A.B.ZX$  atque ideo  $ZY \propto ZX$ , erit  $\overline{ZY} (\propto \overline{ZX})$  *Linea recta*; id est si punctum  $Y$  ita moveatur, ut situm semper ad puncta  $A.B.$  servet qui ipsi uni competere possit sive determinatum, minimeque varium ac vagum, describi ab eo lineam rectam.

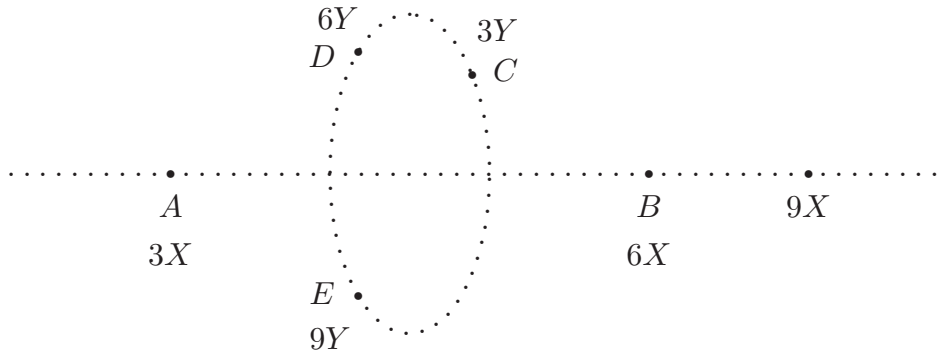
10

(73) Si  $A.B.C \propto A.B.D$  erit  $\propto A.B.ZY$ , vid. fig. nam erit  $C \propto 3Y$ . et  $D \propto 6Y$  nempe  $C$  et  $D$  erunt loca ipsius  $Y$  moti ita ut servet situm eundem ad  $A.B.$  inter quae alia necessario erunt indefinita nempe designanda per  $ZY$ . Linea autem  $\overline{ZY}$  vocetur *Circularis*.

23 mid

23 bot

fig. 24



[Fig. 29]

15

1 Ostendendum fieri posse  $V \propto Y$  erg.  $L$  11 (1) (73) Si  $A.B.3C \propto A.B.6C$ . erit  $A.B.C \propto A.B.Y$  (2) (73) Si  $A.B.3C \propto A.B.6C$  erit  $\propto A.B.ZC$  (3) (73)  $L$  11 f.  $D \propto 6Y$  (1) non potest autem  $Y$  moveri ex 3 in 6 |servato erg. | nisi per alia indefinita quae vocabimus  $ZY$ . (2) nempe  $L$

24-021\_L

24 top

Notandum autem hanc Lineae circularis descriptionem ea priorem esse quam dedit Euclides. Euclidean enim indiget recta et plano. A nostra procedit qualiscunque assumatur rigida linea, modo in ea duo sumantur puncta quibus immotis ipsa linea vel saltem aliquod ejus punctum moveatur; hoc enim punctum ad puncta duo assumtatu eundem servabit situm, cum omnia sint in linea rigida. Id ergo punctum describit lineam Circularem per hanc definitionem nostram. Si quis vero neget in Linea rigida tale punctum inveniri posse, quod datis duobus immotis moveatur; necesse erit per definitionem praecedentem prop. 72. omnia Lineae rigidae puncta in directum esse sita, sive necesse erit dari Lineam rectam. Alterutrum ergo hoc modo admittere necesse est lineam rectam possibilem esse, vel circularem. Alterutra autem admissa alteram postea inde ducemus.

Hic obiter notandum, quia ut suo loco patebit per tria quaelibet data puncta transire potest arcus circularis, hinc tribus datis punctis inveniri unum posse, quod ad tria illa eodem se habeat modo, nempe  $X.C.$  &  $X.D.$  &  $X.E.$ , idque saepius fieri posse seu diversa reperiri posse  $X.$  pro iisdem  $C.D.E$  omniaque  $X$  in unam rectam cadere quae transeat per circuli centrum, sitque ad planum ejus ad angulos rectos.

24 mid

(74) Sit Linea quaelibet  $\overline{ZY}$ , vid. fig. 24, in ea poterunt sumi quotcunque puncta  $3Y.6Y.9Y.12Y.$  etc. ita ut sit  $3Y.6Y$  &  $6Y.9Y$  &  $9Y.12Y$  etc. Nam generaliter si qua sit linea parva, cujus unum extremum sit in alia linea, poterit prior ita moveri extremo ejus duabus lineis communi immoto, ut altero quoque extremo posteriori lineae occurrat, itaque hoc motu partem unam abscindet, jamque novo puncto invento immoto manente rursus aliam, et ita porro. Sed jam observo, ne id quidem necesse esse, et sufficere Unam lineam eidem lineae suis extremis applicari saepius quomodocunque ita ut plures ejusdem lineae partes assignentur quarum extrema aliorum extremis sint congrua.

24 bot

3 linea (1) moveatur, quod si fieri (2) vel  $L$  8 prop. 72. erg.  $L$  15f. rectos. (1) (74) Ostendendum jam est iisdem positis plura puncta haberi posse praeter A et B, quae ad  $ZY$  | (sine ad quaelibet Y.) erg. | eodem se habent modo. Sumantur in ipsa  $\overline{ZY}$ . puncta quotlibet,  $3Y.$  et  $6Y.$  et  $9Y.$  et  $12Y.$  etc. ita ut sit  $3Y.6Y$  &  $6Y.9Y.$  &  $9Y.12Y.$  etc. (2) Sit (3) (74)  $L$  18 moveri (1) extremo puncto duarum linearum (2) extremo  $L$  19f. extremo (1)  $\langle - \rangle$  alteri (2) posteriori lineae occurrat (a) sive si sit  $\overline{ZY}$ . et  $L$  in  $N$   $\langle - \rangle$  (b) itaque  $L$  21 sufficere (1) | in *nicht gestr.* | una linea (a) plur (b) diversas assumi partes, quarum ex (2) Unam  $L$

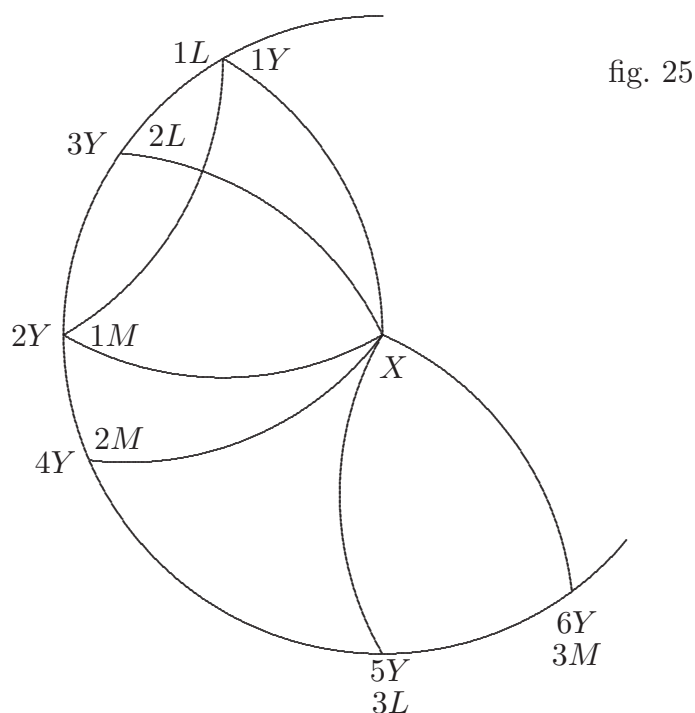


fig. 25

[Fig. 30]

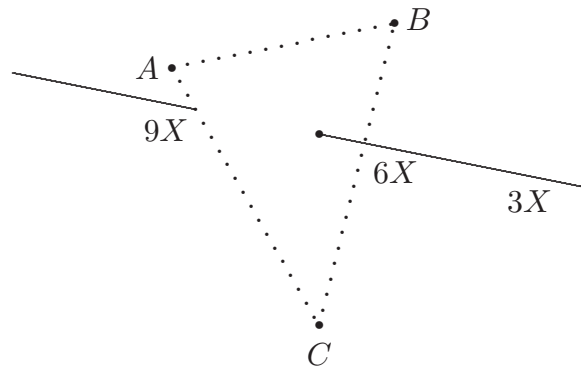
Ut in fig. 25. linea rigida  $LM$  suis extremis  $L$ . et  $M$ . ipsi lineae  $\overline{ZY}$  aliquoties in  $1Y$ .  $2Y$ . et  $3Y$ .  $4Y$ . et  $5Y$ .  $6Y$  quae coincident ipsis  $1L$ .  $1M$ . et  $2L$ .  $2M$ . et  $3L$ .  $3M$ . Nam si semel  $L.M$  ipsi  $\overline{ZY}$  applicari possit infinitis modis applicari potest, si posteriores applicationibus quantumvis parum distent. Jam tam ex  $L$  et  $M$  educantur duae lineae congruae eodem modo se habentes ea quae ex  $L$  educitur ad  $L$ , quo illa quae ex  $M$  educitur ad  $M$  quae sibi occurrant in  $X$ . Sitque  $1LX1M \propto 2LX2M$ , et ita porro, id est quae ex  $1L$  et  $1M$  educuntur eousque producantur ut non ante sibi occurrant quam ubi ex  $2L2M$  eodem modo eductae sibi occurrunt. Unde patet punctum  $X$ . eodem modo se habere ad omnia  $Y$ . assignata, et si quidem linea talis est, ut ejusmodi punctum habeat, quod ad omnia ejus puncta eodem sit modo, id hoc modo inveniri. Si autem

5 f. lineae (1) ita ut punctum describens unam (2) congruae  $L$  11 inveniri. (1) In circulari autem (2) Si  $L$



circularis sit linea ut hoc loco sufficit punctum aliquod ad tria lineae circularis puncta se eodem modo habens inveniri, id enim eodem modo se habebit ad alia omnia. Cujus rei ratio est, quia ex tribus punctis datis  $C.D.E.$  vide fig. 24 posito esse  $C.D.$  &  $D.E.$  methodo paulo ante dicta ad fig. 25. punctum aliquod certum determinari, ac proinde aliis tribus punctis quibuscumlibet in circulo assumptis prioribus tribus congruentibus, eodem modo lineas concurrentes congruas ducendo, necesse esse deveniri semper ad idem  $X$ . Hinc cum ex tribus datis punctis  $D.C.E.$  modo diversa inveniri possint puncta  $X$ . prout lineae congruentes aliter atque aliter ducuntur, seu citius tardiusque convergunt, patet etiam alia atque inveniri posse puncta  $X$ . eaque omnia in unam lineam cadere.

(75) Sed eadem sine circulo simplicius consequi possumus.



[Fig. 31]

Sint tria puncta  $A.B.C.$  ita ut sit  $A.B.$  &  $B.C.$  &  $A.C.$  invenianturque puncta  $X$ . ita ut sit  $A.X.$  &  $B.X.$  &  $C.X.$  idque quoties libet, sive quod idem est moveatur punctum  $X$ . ita ut quivis ejus locus ut  $ZX$  eodem modo se habeat ad  $A.B.C.$  id est ut sit  $A.3X.$  &  $B.3X.$  &  $C.3X.$  tunc puncta  $ZX$  erunt in directum posita, sive  $\overline{ZX}$  erit linea recta. Atque ita apparet quid velit Euclides, cum ait Lineam rectam ex aequo sua interjacere puncta, id est non subsultare in ullam partem, seu non aliter ad punctum  $A$  quam  $B$  vel  $C$  durante motu se habere. Hinc autem modus quoque habetur puncta  $X$ . rectae  $\overline{ZX}$  inveniendi. Nimirum si ex  $A$  linea educatur quaecunque eodem modo se habens ad  $B$  et  $C$ , itemque alia per  $B$  priori congruens et congruenter posita, id est, ut punctum hujus puncto illius respondens eodem modo se habent ad  $B.A.C.$  ut punctum illius ad  $A.B.C.$  eaque lineae producantur, donec sibi occurrant, occurrent sibi necessario in puncto  $X$

16 ait: EUKLEIDES, *Elementa*, I, def. 4.

quod se habet eodem modo ad  $A.B.C$ . Et si per punctum  $C$ . etiam talis linea ducta fuisset congrua congruenterque prioribus ea ipsis occurrisset in puncto eodem  $X$ . Hinc autem quotvis ejusmodi puncta inveniri possunt, adeoque et Linea recta describi poterit per puncta.

(76) Resumamus aliqua: a puncto quolibet ad quodlibet ducta intelligi potest linea, eaque rigida.

(77)  $A.B$ . significat situm ipsorum  $A$  et  $B$  inter se, id est tractum aliquem rigidum per  $A$  et  $B$ . quem tractum nobis sufficit esse lineam. Ita  $A.B.C$ . significat tractum alium rigidum per  $A.B.C$ .

(78) Quicquid in spatio ponitur id moveri potest, sive punctum sit sive linea, sive alius tractus sive cuilibet in extenso assignari potest aliud congruum. Hinc  $A. \wp X. A.B \wp X.Y. A.B.C \wp X.Y.Z$  vel  $A.B.C \wp w\overline{X.Y.Z}$ .

5 aliqua: (1)  $A \wp B$ . (a) sive (b) seu  $A$  ita moveri potest, ut incidat in locum ipsius  $B$ . (2)  $A$  significat punctum. (3) a puncto  $L$  6f. rigida. | (1) id est cuius pars una non possit moveri immota alia (a) in qva nullum discrimen (b) qva si  $\langle - \rangle$  (2) id est in qva nihil muta (3) cuius partium relatione ad se invicem nulla (a) nota (b) mutatio fieri potest. *gestr.* | (77)  $L$  7 significat (1) lineam qvdam rigidam (2) situm  $L$  7f. rigidum (1) terminatum per  $A$  | et *erg.* |  $B$  (2) per  $L$  8f. lineam. (1) (78) Si moveatur linea  $A.B.$ , incidat in aliam qvmlibet ei congruam  $X.Y$ . itaqve dicemus:  $A.B. \wp X.Y$ . | sive cuilibet lineae alia congrua designari potest *erg.* | (79) Moveri potest linea  $A.B$ . quiescente puncto  $A$ . ponamus hoc motu  $B$ . incidere in  $Y$ . fiet  $A.B. \wp A.Y$ . | cuius rei ratio est qvia plura congrua se attingere *erg.* | (80) Moveri potest | linea *gestr.* |  $A.B$ . ita ut punctum  $A$  incidat in punctum datum  $C$  et punctum  $B$ . in qvolibet aliud, fiet:  $A.B. \wp C.Y$ . (2) ita ... rigidum (a) punctis  $A.B.C$ . terminatum (b) per puncta  $A.B.C$ . compositum ex lineis  $A.B$ . et  $B.C$ . et  $A.C$ . et ita porro (c) per  $L$  11 tractus (1). (a)  $A.B \wp 3X.3Y \wp 6X.6Y. A.B.C \wp X.Y.Z$ . et ita porro (b) Hinc  $A. \wp 3Y. \wp 6Y. \wp 9Y$  (2) sive cuilibet (a) tractui (b) in extenso  $L$  12  $A.B.C \wp X.Y.Z$ . (1) item:  $A \wp 3X. \wp 6X. \wp 9X. \wp \omega X. A.B \wp 3X. 3Y \wp 6X.6Y$ . etc.  $\wp$  (a)  $ZX$  (b)  $\omega, X.Y. A.B.C \wp 3X.3Y.3Z \wp \omega, X.Y.Z$  Nimirum intelligi potest (aa)  $X$  (bb) punctum moveri ut incidat in  $A.3X.6X$ . etc. (79) Omnis tractus ita moveri potest ut punctum eius datum incidat in aliud qvoddam punctum datum (aaa) qvia unumqvodqve (aaaa) qvi (bbbb) punctum alteri per omnia congruum est adeoque congruis  $A.B.C. \wp D.X.Y$ . (bbb)  $A.B \wp C.X. A.B.C. \wp D.X.Y$ . (80) (2) vel  $L$

(79) Datis duobus diversis in extenso poni potest unum quiescere, alterum moveri.

(81) Si aliquod eorum quae sunt in tractu rigido moventur, ipse tractus rigidus movetur.

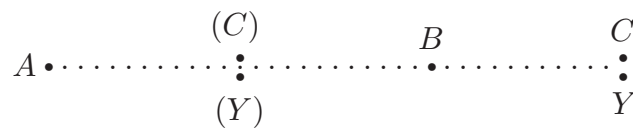
<sup>26 bot</sup> (82) Omnis tractus ita moveri potest ut punctum ejus datum incidat in aliud datum.

5  $A.B.C. \text{ } \& \text{ } D.X.Y.$

(83) Omnis tractus moveri potest uno ejus puncto manente immoto.  $A.B.C \text{ } \& \text{ } A.X.Y.$

<sup>27-026 R</sup>

(84) *R e c t a* est tractus qui moveri non potest, duobus punctis in eo quiescentibus; sive si quidam tractus moveatur duobus punctis manentibus immotis si alia praeterea in eo puncta ponantur manere quiescentia; omnia ea puncta dicentur in directum sita, sive  
<sup>27 top</sup>  
 10 cadere in tractum qui dicitur *recta*.



[Fig. 32]

1 diversis | tractibus *gestr.* | in  $L$  1 f. moveri. (1) |  $A.B.C. \text{ } D.E.F \text{ } \& \text{ } (a) Z (b) \omega \overline{X}.Y.Z \text{ } \textit{erg.}$  | (81) Datis duobus tractibus congruis, effici potest ut se contingant in  $(aa)$  extremis secun  $(bb)$  punctis  $(aaa)$  secundum quae sunt  $(bbb)$  respondentibus [puncta respondentia in congruis voco, quae coincidunt, si ipsa congrua sibi applicata sive coincidentia ponantur] Nam unus tractus poni potest quiescere alter moveri; per 80. moveatur ergo ita ut punctum in eo datum quod dictum est, incidat in aliud punctum datum alterius per 79. et factum erit quod quaeritur. Hinc  $A.B.C \text{ } \& \text{ } A.X.Y.$  (82) (2) (80) Qvotcunqve puncta poni potest moveri situ eodem servato, nam  $(a)$  tractu rigido  $(b)$  lineis rigidis connecti intelligantur, isqve ponatur moveri per 76  $(c)$  isqve ponatur moveri per 78. et lineae rigidae in ipsis  $(d)$  tractu rigido connecti intelligantur per 76. isqve moveatur per 78. | Qvicqvid autem in tractu *erg.* | (81) Omnis tractus ita moveri potest, ut punctum eius datum incidat in  $(3)$  (81) Si  $(a)$  ea  $(b)$  aliquod eorum  $L$  3 f. movetur. (1) non tamen contra  $(a)$  ]  $(b)$  per 83.] | Nam *t r a c t u s r i g i d u s* est cuius una pars non potest moveri immota alia. nihil autem in aliquo moveri potest, ne punctum quidem aut extremum, nisi parte mota. Qvia  $(aa)$  puncta per  $(bb)$  extrema per se sola moveri non possunt *erg.* |  $(aaa)$  (82) Si tractus rigidus movetur,  $(bbb)$  Duae quaelibet lineae rigidae possunt ita sibi apponi ut sese attingant in uno solo puncto. (2) (82)  $L$  6 f.  $A.X.Y.$  (1) [verum quidem est etiam omnem tractum | (praeter unicum, qvi linea recta dicitur) *erg.* | moveri posse duobus | etiam *gestr.* | punctis in eo manentibus immotis. sed hoc demonstrandum est] (2) (84)  $(a)$  *L i n e a*  $(b)$  *R e c t a*  $L$  8 tractus (1) moveri possit (2) moveatur  $L$

2 (81): (80) wird in der Zählung übersprungen.



$A.C.B$   $\gamma$   $A.Y.B$  dicetur  $\overline{\omega Y}$  linea circularis. Et si sint quotcunque puncta  $C.D.E.F.$  sitque  $A.B.C$   $\gamma$   $A.B.D$   $\gamma$   $A.B.E$   $\gamma$   $A.B.F$  dicentur esse in una eademque circulari. Haec definitio lineae circularis non praesupponit dari rectam et planum; quod facit Euclidis definitio.

(86.) Locus omnium punctorum quae eodem modo se habent ad  $A$  quemadmodum ad  $B$ , appellabitur planum. Sive si sit  $A.Y$   $\gamma$   $B.Y$  erit  $\overline{Y}$ . planum.

(87) Hinc si sit  $A.C.B.$   $\gamma$   $A.Y.B.$  sitque  $A.C.$   $\gamma$   $C.B.$  (adeoque et  $A.Y.$   $\gamma$   $B.Y.$ ) erit Linea  $\omega Y$  circularis in plano. An autem omnis circularis sit in plano postea definiendum est.

(88) Si sint  $A.B$   $\gamma$   $B.C$   $\gamma$   $A.C$  sitque  $A.Y.$   $\gamma$   $B.Y.$   $\gamma$   $C.Y.$  erit  $\overline{\omega Y}$  Linea Recta.

(89) Si sit  $A.Y$   $\gamma$   $A.(Y).$  erit  $\overline{Y}$  superficies sphaerica.

(90) Si sit  $Y.$   $\gamma$   $(Y)$  erit Locus omnium  $Y.$  seu  $Y.$  extensum absolutum, sive Spatium. Nam locus omnium punctorum inter se congruentium est locus omnium punctorum in universum. Omnia enim puncta congrua sunt.

(91) Idem est si sit  $Y.$   $\gamma$   $A.$  nam (ex characterum significatione) si  $Y$   $\gamma$   $A$  erit  $(Y)$   $\gamma$   $A.$

12 *Darüber:* [  $\gamma$ . significat congruitatem.  $\infty$  coincidentiam. Cum dico  $A.B$   $\gamma$   $A.Y.$  possem quidem dicere distantiam  $AB.$  aequari distantiae  $AY.$  Sed quia postea cum tria vel plura adhibentur ut  $A.B.C$   $\gamma$   $A.B.Y.$  non hoc tantum volumus triangulum  $ABC.$  triangulo  $ABY$  aequari, sed praeterea simile esse, id est congruere, ideo signo  $\gamma$ . potius utor.]

3 praesupponit (1) planum aut lineam rectam (2) dari  $L$  4f. definitio (1) (86). Si sit  $B.C$   $\gamma$   $A.C$  ducere per punctum  $C.$  lineam  $\overline{\omega Y}$ , ita ut sit  $Y.B$   $\gamma$   $Y.C.$  Hoc fit si punctis  $A.B.$  immotis per  $C.$  describatur Linea circularis. Sed idem fieri potest etiam aliis lineis descriptis. Itaque (2) (86.)  $L$  5 ad (1) duo puncta dicitur pl (2)  $A.$  (a)  $B.$  (b) quemadmodum  $L$  7 (87) | Linea circularis est in plano. *gestr.* | Hinc si (1) sit  $\overline{\omega Y}$  linea circularis descripta a puncto (2) sit  $L$  10 (88) (1) Locus omnium punctorum (2) Si sint (a) puncta (b)  $AB$   $\gamma$   $BC$   $\gamma$   $AC$   $L$  11f. erit (1)  $\omega$  (2)  $\overline{Y}$  (a) solidum. quod dicitur sp (b) superficies sphaerica (aa) (90) si sit  $A.Y.$   $\gamma$   $B.Y.$  (bb) (90)  $L$  12 Locus (1) omnium  $Y.$  seu  $\overline{Y}$ . solidum interminatum sive Spatium. quod utique est locus (2) omnium  $Y.$  seu Locus  $\overline{Y}$ . id est locus omnium punctorum (3) omnium  $L$  13f. Nam ... sunt *erg.*  $L$  15 ex (1) natura (2) characterum  $L$

4 Euclidis definitio: EUKLEIDES, *Elementa*, I, def. 15.

44,16–20 [...]: Die eckigen Klammern stammen von Leibniz.

Ergo  $Y \propto (Y)$ . Nimirum locus omnium punctorum  $Y$  dato puncto  $A$  congruorum, utique est etiam spatium ipsum interminatum, omnia enim puncta cuilibet dato congruunt. 29 top

(92) Proximum est:  $A.Y \propto A.(Y)$ . Locus omnium  $Y$ . seu  $\bar{Y}$  dicatur *Sphaerica*. Quae est locus omnium punctorum ejusdem ad datum punctum situs existentium. Datum autem punctum dicitur *Centrum*. 5

(93) Idem est si sit  $A.B \propto A.Y$ . Nam ideo erit et  $A.B. \propto A.(Y)$ . ac proinde  $A.Y \propto A.Y$ . Ubi nota ipsum  $B$ . esse ex numerorum  $Y$ . seu esse  $bY$ . Si enim  $Y$ . omnia puncta comprehendit quae eum habent situm ad  $A$ , quem  $B$  habet, utique ipsum  $B$ . comprehendet, quod eum utique situm ad  $A$  habet quem habet. Sphaerica est locus omnium punctorum dati ad punctum datum situs (id est dati puncti situi congrui situs) existentium. 10

(94) Si sit  $A.Y \propto B.Y$ . locus omnium  $Y$ . seu  $\bar{Y}$ . dicatur *planum* sive locus punctorum ut  $Y$ , quorum unumquodque ad unum ex duobus datis punctis  $A$ . eodem modo situm est, quemadmodum ad alterum  $B$ , est *planum*. Notandum est hanc Loci expressionem in aliam converti non posse in qua simul sint  $Y$ . et  $(Y)$ . 29 mid

(95) Si sit  $A.B. \propto C.Y$ . erit  $\bar{Y}$  *sphaerica*. Nam erit:  $A.B. \propto C.Y. \propto C.dY$  sit  $dY. \propto D$ . fiet:  $C.D. \propto C.Y$ . adeoque locus erit sphaerica per 92. 15

(95)  $Y$ . et  $(Y)$  significant quodcunque punctum loci alicuius, et quodcunque aliud praeter prius.  $\langle Z \rangle Y$ . significat quodlibet punctum loci, seu omnia loci puncta distributive. Idem etiam significat  $Y$  absolute positum.  $dY$ . significat unum aliquod peculiare punctum loci.  $\bar{Y}$  significat omnia puncta loci collective, seu totum locum. Si locus sit Linea hoc ita significo  $\bar{\omega Y}$ . Si sit superficies ita  $\bar{\omega \Psi Y}$ . Si solidum ita:  $\bar{\omega \Psi \varphi Y}$ . 20

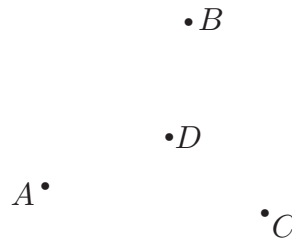
1 f. Nimirum ... congruunt *erg. L* 3 omnium  $Y$ . (1) dicatur *Ambitus Sphaerae*: (2) seu  $\bar{Y} L$  4 f. quae est ... *Centrum. erg. L* 7–10 Ubi ... existentium *erg. L* 11–13 sive locus | unicum *gestr.* | punctorum | ut  $Y$  *erg.* |, quorum unumquodque ad (1) duo data puncta eodem (2) unum ... punctis |  $A$ . *erg.* | eodem ... alterum |  $B$ . *erg.* |, est *planum. erg. L* 16 f. per 92. | idem est si sit  $A.B \propto B.Y$ . *erg. u. gestr.* | (95) (1)  $Y$ . significat |  $\langle — — \rangle$  *erg. u. gestr.* | punctum alicuius loci.  $\langle — \rangle Y$ . vel (2)  $Y$ . et  $(Y)$  significant (a) aliud (b) unum punctum atque aliud (c) quodcunque  $L$  18 prius. (1)  $Z$  (2)  $\omega Y$ . significat (3)  $\langle Z \rangle Y$ . *L* 19 Idem ... positum *erg. L* 20 sit (1) punctum hoc significo (2) Linea  $L$

17 (95): Die Zählung (95) wiederholt sich.

(96) Si sit  $A.B.C \propto A.B.Y$ , (sive si sit  $A.B.Y \propto A.B.(Y)$ ) tunc locus omnium  $Y$ . seu  $\overline{Y}$  dicetur *Circularis*. Id est si plurium punctorum idem sit situs (vel datus) ad duo data puncta, *Locus erit Circularis*.

(97) Si sit  $A.Y \propto B.Y \propto C.Y$  tunc Locus omnium  $Y$ . seu  $\overline{Y}$  dicetur *recta*.

5 (98) Si sit  $A.B.C.Y \propto A.B.D.Y$  erit  $\overline{Y}$  *Planum* seu si  $C.D.$  duo puncta eodem modo sint ad tria  $A.B.Y$ . erunt haec tria in eodem plano et si duobus ex his datis  $A.B$  quaeratur tertium  $Y$ ., locus omnium  $Y$ . erit planum. Ubi patet ipsa  $A.B$ . sub  $Y$ . comprehendi.



[Fig. 34]

<sup>29 bot</sup> 10 Demonstrandum est hunc locum cum altero qui est prop. 94 coincidere. Hoc ita fiet:

(1) (2)  
 $C.Y \propto D.Y$  locus est ad planum per prop. 92. Sint  $3Y. \propto A$  et  $7Y \propto B$  erit  $C.A \propto D.A$   
 (3)  
 et  $C.B \propto D.B$ . Ergo fiet:

|    |    |    |    |   |           |    |    |    |    |
|----|----|----|----|---|-----------|----|----|----|----|
|    | A. | B. | C. | Y | $\propto$ | A. | B. | D. | Y. |
|    | 1  | 2  | 3  |   |           | 1  | 2  | 3  |    |
| 15 |    | 4  | 5  |   |           |    | 4  | 5  |    |
|    |    | 6  |    |   |           |    | 6  |    |    |

Nam 1 patet per se et 2 per (3) et 3 per (1) et 4 per (2) et 5 per se et 6 per se.

1  $A.B.(Y)$  (1) erit  $\overline{Y}$  linea *Circularis* (2) tunc  $L$  2f. id est ... erit *Circularis erg. L*  
 4  $A.Y \propto B.Y \propto C.Y$ . (1) erit (a) Loc (b)  $\overline{Y}$  linea *recta* (2) tunc  $L$  4f. *recta*. (1) [necesse est autem esse  $A.B \propto B.C \propto A.C$  ut jam ostendam] potest et sic exprimi:  $A.B.C.Y \propto A.B.C.(Y)$  (98) Si sit  $A.D \propto B.D \propto C.D$ . erit  $A.B. \propto B.C \propto A.C$ . (a) Nam  $A.B.D \propto A.D.B. \propto A.$  (b) 99 (2) (98)  $L$  5–10 erit  $\overline{Y}$  (1) *Recta* (2) *Planum* | seu si (a) tria (b) duo punct (c) dati (d)  $C.D$  duo (aa) sint puncta eodem modo ad tria (bb) puncta ... patet (aaa) omni (bbb) ipsa ... comprehendi *erg.* | . Demonstrandum  $L$   
 11 planum (1) adda (2) adscribatur utrobique,  $A.B$ . fiet  $A.B$ . (3) per  $L$

(99) Si sit  $A.Y \propto B.Y \propto C.Y$  locus  $\overline{Y}$  erit p u n c t u m , sive  $Y$  satisfaciens non erit nisi unicum sive erit  $Y \propto (Y)$ . Haec proposito demonstranda est.

(100) Habemus ergo loca ad punctum, ad Rectam, ad Circularem, ad Planum, ad Sphaericam, solis congruentis mira simplicitate expressa sed haec partim vera, partim possibilia esse; et cum aliis definitionibus coincidere nostras demonstrandum est.

(101) Si tractus sive extensum quodcunque moveatur uno puncto existente immoto, aliud quodcunque ejus punctum movebitur in Sphaerica. Pono autem ipsum extensum esse rigidum, seu partes situm eundem servare. Habebimus ergo modum inveniendi sphaericae puncta quotcunque. Potest etiam  $A.B. \propto A.Y.$  esse data; si tractus transeat per duo puncta  $A.B.$  Tractum autem aliquem (sive linea sit sive superficies sive solidum) per duo data puncta ducere, et tractum movere uno puncto immoto, utique in potestate est.

(101) Si per duo data puncta transeat duo tractus congrui, c o n g r u e n t e r , id est ita ut puncta respondentia in duobus tractibus situs habeant ad duo puncta data unumquodque ad suum, congruos, moveanturque aut etiam si opus sit crescant etiam congruenter, donec sibi occurrant loca in quibus puncta eorum respondentia sibi occurrant, erunt puncta plani illius, quod ad duo puncta data eodem modo se in quolibet puncto suo habere, definivimus. Posse autem congruenter moveri, posse congrue ac congruenter produci, donec occurrant, postulo.

(102) Si jam sphaericam sphaerica, aut plano secemus, habebimus cicularem, si planum planum, habebimus rectam. Si rectam recta, punctum. Ostendendum autem est has sectiones fieri posse, et punctorum Sphaericae et Sphaericae, vel plano et plano, vel plano et Sphaerica communium, esse tractum. Si Sphaerica planum vel Sphaericam tangat locus, etiam est punctum, cum scilicet circularis fit minima seu evanescit.

(103) Caeterum omnes definitiones rectae communes nondum satis perfectae sunt, nam semper adhuc demonstratione opus est quod talis recta sit possibilis. Quod tamen

24–140,11 *Zum eingerahmten Text:* Inclusa omittantur vel aliorsum referantur.

4 mira simplicitate *erg. L* 7 aliud (1) eius punctum mo (2) aliquo (3) quodcunque *L* 14 aut ... crescant *erg. L* 16 erunt (1) omnia in eodem plano (2) puncta *L* 16f. in quolibet puncto suo *erg. L* 18f. postulo. (1) Eodem modo res redit si ex duobus punctis datis (2) (103) (3) (102) *L* 24f. sunt, (1) | nam dubitari potest, *nicht gestr.* | adhuc (2) nam *L*

12 (101): Die Zählung (101) wiederholt sich. 24–140,11 (103): Der restliche Text ist von Leibniz umrahmt worden.



videtur ponendum inter facillima. Tali itaque opus definitione, ut statim appareat rectam esse possibilem. Si definias minimum, etiam hoc dubitari potest an detur minima a puncto ad punctum. Si definias eam cujus puncta non magis diduci possunt, praesupponis distantiam, seu viam minimam, diduci enim est majorem distantiam acquirere. Equidem aliud est exhibere rectam materialem, seu ducere eam, aliud est cogitatione complecti.

(104) Quando duo Puncta simul percipiuntur eo ipso percipitur ipsorum situs eorum ad se invicem. Sunt autem duo quilibet situs inter duo puncta similes, adeoque sola comprehensione seu magnitudine distinguuntur. Est ergo situs discrimen magnitudo cujusdam extensi cum duo puncta simul percipiuntur, eo ipso percipitur extensum quoddam.

(105) Recta est extensum quod duobus punctis simul perceptis eo ipso percipitur.

(106) Puncto uno percepto, rursumque alio percepto separatim, nulla notari potest varietas.

(107) Si simul percipiantur  $A.B.$  rursusque simul percipiantur  $C.D.$  discrimen situs est. Id tamen quod percipitur perceptis  $A.B.$  et quod percipitur perceptis  $C.D.$  similia sunt: patet enim nihil in singulis notari posse, quod non in utrisque notetur, itaque id quod percipitur perceptis  $A.B.$  et quod percipitur perceptis  $C.D.$ , si ex se invicem discerni possunt sola magnitudine discernentur, itaque simul perceptis  $A.B.$  simul percipitur aliquid magnitudinem habens. Cum duo simul in spatio esse percipiuntur, eo ipso percipitur via ab uno ad aliud. Et cum sunt congrua eo ipso concipitur via unius in alterius locum. Sunt autem duo puncta congrua. Itaque quod percipitur, duobus punctis simul perceptis est Linea seu via puncti. Patet etiam viam hanc talem esse, ut sive ab  $A$  ad  $B$ , rendas, sive a  $B$  ad  $A$ . via sit eadem. Idemque sit si simul  $A$  tendat versus  $B$ . et  $B$  versus  $A$ . et locus in quo erit  $A$ . congruus erit loco in quo erit  $B$ . congruenterque positus, id est ut locus puncti venientis ab  $A$  erit ad  $A$ . ita locus puncti venientis ad  $B$ . erit ad  $B$ ., imo etiam ut locus puncti venientis a  $B$  erit ad  $A$ . ita locus respondens puncti venientis ab  $A$  erit ad  $B$ . Punctum erit in quo sibi occurrant quod eodem modo erit a  $A$  quo ad  $B$ . Cum concipimus duo puncta ut simul existentia, inquirimusque rationem cur

6 percipitur (1) Linea qvaedam (2) ipsorum (a) distantia seu (b) situs, (aa) seu distantia (bb) eorum  $L$  15 enim (1) ex characteribus (2) nihil  $L$  16 si (1) differunt, discerni possunt, sola magnitudine discernentur (2) invicem (3) ex se invicem  $L$  17 f. aliquid (1)  $\langle — \rangle$  (2) magnitudinem habens, adeoque et  $\langle — \rangle$  (3) magnitudinem in spatio habens, in quo nihil aliud p $\langle — \rangle$  (4) magnitudinem  $L$  21 ut (1) quodlibet punctum in ea sum (2) sive  $L$  24 ut (1) ille eria (a) ad (b) ab  $A$  (2) punctum venientis (3) locus  $L$  24 erit ad (1)  $B$ . ita ille (2)  $A$  ita (a) alter a (b) locus  $L$

simul existentia dicamus, cogitabimus esse simul percepta, vel certe posse simul percipi.

Quando aliquid percipimus velut existens, eo ipso percipimus esse in spatio, id est posse alia existere indefinitis quae ab ipso nullo modo possint discerni. Sive quod idem est posse moveri, sive posse tam in uno loco quam in alio esse, et quia non potest simul esse in pluribus locis, nec moveri in instanti, ideo locum illum percipimus ut continuum. Sed quia indefinitum adhuc est, quorsum moveatur, potest enim moveri multis modis qui inter se discerni non possunt; hinc determinatur animus ad certum aliquem motum, si aliud praeterea ponamus, congruum priori, eo ipso enim cogitatur unum posse pervenire in alterius locum. Idque cum pluribus modis fieri possit, determinatur tamen unicus, ad quem considerandum nullo alio praeterea assumpto opus est, quam his duobus positis. Id est ex positis duobus congruis in spatio ponitur via unius ad alterum, ipsa connectens. Simplicissima autem positio est puncti. Nam etsi ponas aliud tamen cum ex motibus diversis unius ad alterum unus determinetur, quo puncta respondentia ad se determinate moventur, patet animum tandem incidere in considerationem duorum punctorum, ea enim congrua esse constat per se.

[*Verworfener Abschnitt*]

Itaque primum cogito: punctum *A* per se existere potest. Punctum existit in Spatio. Punctum coexistit aliis punctis. Punctum moveri potest. Punctum coexistere potest aliis punctis infinitis.

P u n c t u m est in extenso simplicissimum. Puncta duo per se invicem discerni non possunt. Ergo punctum aliud per se etiam existere potest. Seu quodlibet punctum per se existere potest. Punctum aliquod existit. Quicquid existit existere potest. Ergo punctum aliquod existere. E x t e n s u m existit.

1 f. percipi (1) Quaecunque simul percipimus, ea percipimus in (a) extenso (b) spatio, id est percipimus posse alia multa ab iis nullo modo discriminabilia simul percipi. (aa) sive quod idem est praese (bb) sive posse id quod percipi (2) quando *L* 3 indefinitis erg. *L* 10 f. Id est (1) determinatur extensum (2) ex *L* 11 ponitur (1) extensum (2) via *L* 11 f. connectens. (1) Haec via (2) Via autem *A*. (3) simplicissima *L* 14 patet (1) continua (2) animum *L* 17 punctum | *A* per se erg. | (1) existit (2) existere *L* 18 punctis. (1) Punctum moveri potest. (2) Punctum *L* 20 simplicissimum. (1) Punctum unum ab alio discerni nequit, si ipsa duo tantum (2) Punctum unum ab alio per (3) Puncta *L*

[*Schlussabschnitt*]

Extensum est continuum. In extenso possunt fieri partes. In extenso possunt fieri partes quae existunt simul. In extenso possunt fieri partes infinitis modis. Extensi pars extensa est. In uno extenso existere possunt multa. In uno extenso existere possunt infinita. In uno extenso existere possunt infinita similia. In uno extenso existere possunt infinita congrua. Si quid in extenso existit, eique congruum est, ei coincidit. Si quid in extenso existit eique congruum non est, possunt infinita existere in eodem extenso, quae priori non coincidunt, sed tamen congrua sunt. Duo mobilia quae un extenso sumuntur, sibi congruere possunt, sive diversis temporibus ita locari possunt, ut prior status a posteriore discerni non possit. Locus ipse extensi extensus est. Locus extensi congruit extenso. Locus est immobilis.

2 est | totum *gestr.* | continuum *L* 4 est. (1) Quae existunt simul sunt (2) Si quae existunt simul erunt in uno extenso. (3) In | uno *erg.* | extenso *L* 4 f. In | uno *erg.* | extenso existere possunt (1) multa (2) infinita. (a) In extenso existere possunt similia (b) In | uno *erg.* | extenso existere possunt (aa) cong (bb) multa sim (cc) infinita *L* 5 f. possunt (1) multa (2) infinita congrua *L* 7 eodem (1) continuo (2) extenso *L* 8 sunt. (1) Quid in extenso | terminato *erg.* | existit, id ei successive congruum est sive (a) nullum (b) nihil in extenso (aa) ass (bb) terminato existit, cui congruum aliquid in alio extenso (aaa) mobili (bbb) mobili (ccc) immobili assumi potest, cui non aliquid aliquid congruum in extenso mobili intra datum tempus coexistere possit Si quocunque in eodem extenso immobili (2) Duo (a) extensa in (b) mobilia *L*