

10. *Ad calculum situs constituendum...* [1712]

(LH XXXV, 1, 13, Bl. 12-13)

XXXV, 1, 13
12 recto

Ad calculum situs constituendum utile est omnia à verbis reduci ad signa, remque eo usque produci donec habeatur Analysis, id est donec demonstrationes theorematum sine ope ingenii, certo ratiocinandi filo prodeant.

01 · 023_R

01 top

Punctum designetur per literam majusculam, velut A, vel enim si placet per literas graecas.

Locus qui plura puncta continet, vel de quo an contineat plura non determinatum est, designetur litera punctum designante, lineola superducta ut $\overline{X}$, et quodlibet punctum quod in hoc loco est dicetur X. Veluti si A sit in $\overline{X}$, aliquod X erit A.

Si A sit in $\overline{X}$ et ob id sit $A|\simeq|\overline{X}$, erit $\overline{X}$ punctum.

Si tempus T, et cuilibet T suum proprium respondeat X, erit $\overline{X}$ linea. Seu fiet $\overline{X}$ motu puncti; complura sint X seu si $X|\simeq|X$ ad T et sit $\overline{T}$ tempus erit $\overline{X}$ linea per X ad T; intelligitur cuilibet X esse proprium T, et cuilibet T proprium X. Seu X et T esse coordinata.

01 mid

Hinc linea lineam secatur in puncto, quia **sectio** est locus communis duorum mobilium eodem instanti, ita ut post id instans nihil sit ipsis mobilibus commune. Sed haec definitio non potest applicari ad sectionem in motu superficierum et corporum, quia duae lineae generantes suam quaevis superficiem, et duae superficies generantes quaevis suum corpus rari tales sunt ut ex toto vel parte congruere possint. At punctum puncto semper congruit sectionis ergo definitioni nostrae generali standum, ut sit totum commune duabus magnitudinibus partem communem non habentibus.

Si partem communem non habent duae lineae, itaque duo describentia puncta locum communem non nisi instantia habere possunt (nam ultra instantem locus est lineae pars), locus autem in instanti est punctum. Itaque non nisi punctum commune habent.

Recta commodissimè [optimè] definietur linea cujus pars similis toti.

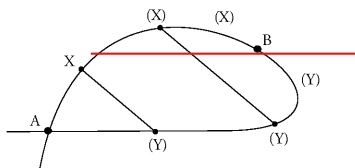
Esto recta $\bar{X}$ et sit $\bar{Y}$ talis, ut sit $\bar{Y}$ in $\bar{X}$, seu quodlibet Y sit X sitque $\bar{Y} \sim \bar{X}$ terminatam dicetur $\bar{X}$ recta. In hanc definitionem non impeditur punctum; porro hinc sequitur partes rectae similes esse inter se, cum eidem nempe toto sint similes. Sequitur et quamvis rectam produci posse. Cum enim pars producta dederit totum, consequens est etiam totum produci posse ut sit pars alterius totius. |

01 bot

02 · 024_L

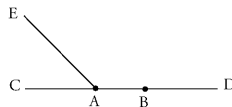
Ex natura similitudinis consequitur rectas duas non nisi in uno puncto sibi occurrere posse. Habeant commune punctum A et inde egrediantur AX et AY et rursus concurrant in B . Moveantur puncta X et Y velocitatibus, quae sunt ut AXB ad AYB , ita concurrent in puncto B . Sit autem cujuscunque puncti motus uniformis. Cum sit $A(X) \simeq AX$ et $A(Y) \simeq AY$ et motus per $A(X)$ vel $A(Y)$ similis motui per AX , AY , atque adeò $A(X)(Y)$ et AXY determinentur similiter, erit et $A(X)(Y) \simeq AXY$. Cum ergo non coincident X et Y , neque etiam coincident (X) et (Y) adeoque nec poterit dari punctum B .

XXXV, I, 13
12 verso
02 top



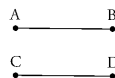
Hinc datis duobus punctis determinata est recta, quae puncta connectit; seu rectae extremis congruentes totae congruent.

Et datis duobus punctis determinata est recta infinita transiens per duo puncta. Nam determinata est recta AB , nec produci potest utrinque nisi uno modo, ut versus C vel D , nam si ex A versus C et E produci posset, rectae EAB et CAB darentur, plus quam punctum commune habentes.



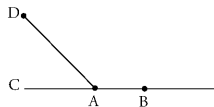
02 mid

Duae rectae AB et CD sunt similes inter se: nam AB , pariter ac CD , determinatur ex eo ut duo puncta connectuntur per rectam cujus pars sit similis toti. Itaque una determinatio alteri est similis, quare etiam similia sunt determinata, rectae AB et CD .



Hinc duae rectae aequales sunt congruae.

Punctum in recta est suae relationis ad duo puncta in eadem recta unicum. Esto punctum aliud D , quod eodem modo se habeat ad A et B ut C , ergo perveniri poterit ad D , ut ad C , respectu A et B , ducta recta per A et B , ad *partes* B perveniri poterit ad D . Contra id quod de recta est ostensum.



02 bot

Puncta autem eandem relationem habentia, sunt quae eodem modo ex punctis ad quae eandem relationem habent determinari possunt. Et quae si determinari non possunt, nec possunt habere eandem relationem.

Hinc si $A.B.X$ unic. erit $\bar{X}$ recta. |

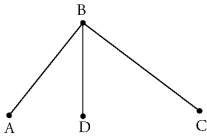
XXXV, 1, 13
13 recto

Si binae rectae concurrant, nec referat quantae sint rectae, concursus **angulus** appellatur.

Itaque si binae rectae concurrentes congruae sint aliis binis rectis concurrentibus, modo quantum satis producantur Angulus dicitur **aequalis**.

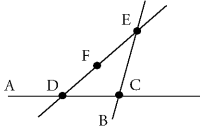
Itaque data sit recta AB, datoque angulo ABC, datur recta indefinita per C, quae angulum datum facit ad AB. Ex his intelligitur si anguli eodem modo determinentur aequales fore, ut si data sit AB, et datum punctum C per quod ex B duenda sit recta determinatur angulus.

Hinc datis positione duobus trianguli lateribus, AB, AC, datur Angulus, ad B vel ad C.



Sed ut angulus alii major minorque intelligatur, id unde sumatur Euclides non explicato. Mens tamen eius haec esse videtur, ut angulus in plano consideret et quantitatem definiat parte plani quam abscindit rectis BA, BC, infinitè productis: quod pars quam abscindit DBC intra priore cadat, Angulus est pars prioris. Sed ita opus erit explicare prius naturam plani.

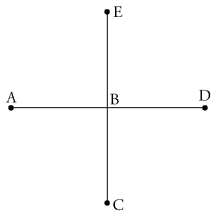
Si rectae binae indefinitae concurrunt, omnes rectae puncta quaevis duarum rectarum conjungentes cadent in planum et planum constituent. Et hinc planum erit F locus omnium punctorum ad tria data non in eandem rectam cadentia unicorum. Sumatur utcunque in recta AC punctum D, et



in recta BC punctum E, ducatur recta per DE, in qua sumatur punctum F. Dico id esse unicum ad puncta A, B, C; est enim D unicum ad A et C, et E unicum ad B et C ergo D.E est unic. ad A, B, C, et quod est unicum ad D.E est unicum ad A, B, C.

Sed quia videtur pleonasmus esse duas rectas quascunque puncta rectarum AC, BC, conjungentes sumimus, quia † unum punctum semel *occurrit*, possemus sumere certa lege si placet CD, CE aequales et ita jungere quascunque DE.

Optimum autem ex angulis sumere rectam. Cum recta una ad utramque alterius partem se habet eodem modo. Et ea dicitur facere priorem ad **angulos rectos**.



Ita ABC et CBD sunt aequales unde et ABE et EBD sunt aequales ..ABC.. $\simeq$..BDC.. $\simeq$..ABE.. $\simeq$..DBC.. Videndum an ostendi possit etiam ABC=ABE. Esto ABC>ABE erit ABC-ABE=DBC-DBE, ABC+DBE=ABE+DBE; sed ut hinc dicamus angulus ABE esse aequalem angulo ABC opus prius est consideratione plani de qua mox.

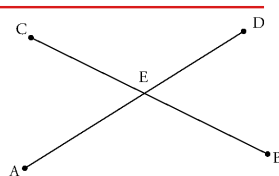
Quod si definiamus angulum rectum cum recta altera alteram secat utrinque eodem modo videndum ne sit pleonasmus, vel subreptio. |

04 · 023_L

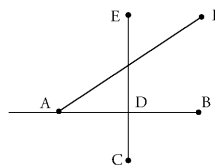
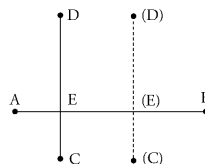
Videtur in universum dici posse rectas concurrentes, quoad concursum habere se eodem modo et congruere AEB et BEA. Videndum an ex his colligi possit congruere etiam AEB, et CED, sed res demonstrabitur mox constituta natura plani.

Ad rectam ergo AB, moveatur recta CD ita ut haec eodem suo puncto E, in *(E)* per AB feratur, sitque semper angulus AEC, angulo CEB aequalis, describetur planum; sed praesupponendum erit rectam CD inter movendum non gyron circa AB velut axem.

Hoc ergo ut ipsa constructione evitetur concipi possit rectam dari AF et rectam CDE simul super duabus rectis ferri, ita manebat in plano. Sed ubi jam volumus adhibere aliam rectam praeter AB, non est opus ipsa CE.

XXXV, I, 13
13 verso

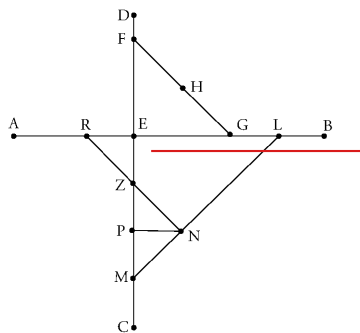
04 top



Itaque possumus abstinere à moto, & concipere rectam CD perpendiculariter secantem rectam AB, et sumtis punctis quotcunque in recta AB et in recta CD aequidistantibus ab E, jungere haec puncta. Rectae quaecunque tales dabunt planum quia autem CD utrinque se habet eodem plano, hoc planum à recta secatur sic ut utrinque habeat eodem modo itaque recta quaecunque planum utrinque secat eodem modo. Hinc planum est locus punctorum, unicè se habentium ad tria puncta non in recta jacentia ACE. Nam F unice se habet ad CE, et G unice se habet ad A, E, ergo F, G unicè se habet ad A, C, E; jam H unicè se habet ad F, G. Ergo et unicè se habet ad A, C, E. <Ex hac constructione etiam planum ubique uniforme est respectu rectam AB>

04 mid

Sed opus esset inversione, ostendendumque planum esse locus omnium talium punctorum vel ostendendum rectam cujus duo puncta cadunt in planum etiam ipsam cadere in plano. Sumtis utcunque in rectas AB, CD punctis L, M, ostendendum est punctum rectae LM, ut N, cadere in plano. Ex puncto L agatur in CE perpendicularis NP et sumatur PZ = PN; juncta NZ, occurret ipsa BE in R. Et recta RZ est una ex prioribus, quae faciunt planum. Sed ostendendum erat RZ et NZ cadere in directum.



04 bot