

§. 1. Ut in Calculo Magnitudinum ^{cum ipsas Magnitudines formamus dum} addimus, multi-
plicamus, in se duimus et horum reciproca peragimus
insuper tum etiam conferimus per rationes, aliasve re-
lationes progressionis ac denique Majoritates, Minoritates
& Aequationes. Ita in Situ formamus Extensa
per Sectiones & Motus deinde conferimus, spectamusq;
in eis prater Magnitudines Similitudinem, Congruen-
tiam (ubi concurrunt Aequalitas & similitudo) Coin-
cidentiam, adeoque Determinationem. Determinatum
enim est cui aliquid, iisdem positis conditionibus coincidere
debet.

§. 2. Et ut doctrina Magnitudinis sua habet Axio-
mata, veluti Totum sua parte maius est. Quod maius
est maiore maius est minore si equalibus equalia adda
proveniant equalia, aliag id genus. Ita Doctrina
Situs Axiomata propria habet qualia sunt:

Si Similitudo, Congruentia, Coincidentia sint
in Determinantibus esse etiam in determinatis
et vicissim si ea sint in Determinatis erunt
quoq; in Determinantibus simplicissimis.

Exempli causa Ponamus non nisi unicam
Rectam a puncto ad punctum duci posse, sequetur
omnes Rectas esse inter se similes quia ad determi-
nandam Rectam ab A. ad B. nihil aliud opus est quam
assumi A, B. & ad aliam L, M, saltem assumi
sitū pūctorū L, M. Situs vero duorum
pūctorū sitū aliorum duorum semper similis est
quia nihil differentia prater solam magnitudinem
distantie totius assignari potest, sed magnitudo
jam est aliquid ad tertium relatum.

Similia vero sunt quae ambo seorsim spectata
sunt indiscernibilia ita ut nihil sumi possit in uno
cui simile sumi nequeat in altero, abstrahendo ubiq;
ab aliqua determinata Magnitudine nisi excipias
magnitudinem Angulorum, quae ad doctrinam situum
non vero ad doctrinam Magnitudinum referri debet.

Cum ergo probaverimus omnes situs binorum
pūctorū esse similes, etiam Determinata, seu omnes
Lineae Rectae erunt similes.

Non tamen Situs punctorum
duorum situi punctorum
aliorum ^{congruus} plane ^{idem} erit
nisi ita ponantur ut quodli-
bet Extensum continuum
quod applicari potest inter
terminos unius situs possit
etiam applicari inter ter-
minos situs alterius.

§. 3. Contra non omnia Triangula per situm
 trium punctorum determinata sunt similia inter
 se. neq. enim ABC similiter se habent ut L. MN.
 Potest enim Distantia AB. ad Distantiam BC aliam
 rationem habere quam Distantia L. N. ad distantiam
 MN. ita ut in determinantibus sit dissimilitudo.

ex quo patet etiam in duabus Rectis lineis tria
 puncta tribus aliis dissimiliter sita eligi posse.

Nam similitudo a determinato recipere tantum
 valet ad pure determinantia, non etiam ad ea
 quae sunt plus quam determinantia.

Sic, etiam si Circulus determinetur per tria
 puncta peripheria data, et omnes Circulos in
 ter se similes esse minime sit negandum, tamen
 hanc Consequentia non valet a determinantum si
 militudine ad determinantium similitudinem, quia
 Peripheria tria puncta data plus determinat,
 quam ipsum Circulum, scilicet etiam certum Angu
 lum in segmento, et tres partes peripheria deter
 minatam ad totum Circulum rationem habentem

At contra si Circuli duo determinentur
 per datas duas Chordas & per aequales Angulos
 in segmentis super Chordas factis, tum demum Circuli
 non solum similes erunt, sed etiam similiter deter
 minati. Hic autem questio nec de tali quidem
 determinatione est, sed saltem de primis & simplicis
 simis determinantibus, quae ubi determinata sunt
 similia, etiam similia esse debent.

Si vero contingeret, dissimilia determinata nihi
 lomius dare similia determinata, id ipsum certo
 indicio est hanc determinationem non esse sim
 plicissimam, sed aliam dari simpliciore.

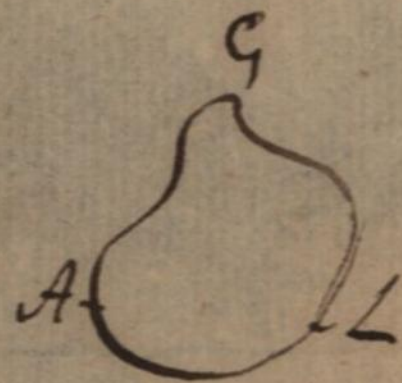
§. 4. Uti Magnitudinum Logisticam seu
 Mathesin generalem ad calculum reducimus, uti
 murg. imprimis rationibus et aequationibus, ita cal
 culus quidam in situ institui potest per similitudines
 & congruentias.

Litterae autem in Calculo Magnitudinis designare
~~possunt~~^{solent} ipsas Magnitudines. In Calculo Situs possunt
 designare puncta & loca. Hinc si $V.A. \subseteq B.A.$
 locus omnium V est superficies Sphaera

In hac Consignatione $B.A.$ significat situm
 puncti $B.$ ad punctum $A.$ sed $\subseteq$ est signum
 Congruentiae. Sensus ergo illius Consignationis
 talis est. Quodlibet indeterminatum V cum
 situm habere ad punctum determinatum $A.$
 quem habet $B.$ ad $A.$ unde intelligitur ipsum
 B quoque inter ea V seu in eadem superficie
 Sphaera esse. Sed si posuissem $V.A. \subseteq B.C.$
 non opus fuerit B in superficie Sphaera poni. Sed jam maneat $V.A. \subseteq B.A.$

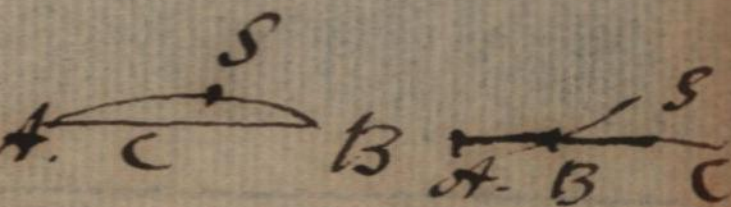
S. 5. Jam postea aliam adhuc Sphaeram
 $Z.L. \subseteq M.L.$ & considerando has duas superficies
 Sphaericas se interfecare & loca communium con-
 cursuum vocari V . unumquodque Verit simul
 V . et Z . ut scribere possim $V.A. \subseteq B.A.$ et $V.L. \subseteq M.L.$
 Potest autem B assumi coincidens ipsi M . (quod
 ita signatur $B \infty M$) quod vocetur F determi-
 natum ex ipsis V . fietq. $V.A. \subseteq F.A.$ & $V.L. \subseteq F.L.$
 unde Componendo fit $V.A.L. \subseteq F.A.L.$
 unde sequitur, Lineam in qua se fecant duae
 superficies Sphaericae ejus esse naturae ut quod-
 vis ejus punctum V habeat ad duo data $A.L.$
 situm eundem, quem constans F . (quae proinde
 de una est ex ipsis V) ad eadem puncta $A.L.$

S. 6. Idem etiam sic enuntiari poterat:
 Quodvis punctum $A.G.L.$ cujus duo puncta $A.$ & $L.$
 quiescunt, motu suo talem lineam $V.V.V.$ describet
 qualem formant duae superficies Sphaericae sua
 intersectione, id est Circularem, quia cum Exten-
 sum ponatur rigidum adeoque punctum quodvis ut G . suum
 situm servet ad puncta $B.A.L.$ durante motu extensi
 continuo quiescentia, inde quodlibet Vestigium
 ipsius G . circumvoluti situm eundem ad duo puncta fixa
 $A.$ & $L.$ retinebit non aliter ac supra scripsimus $V.A.L. \subseteq F.A.L.$



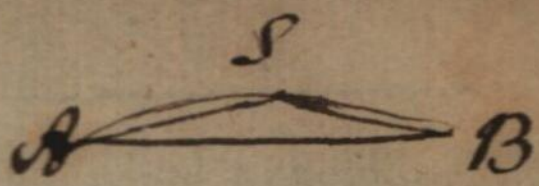
§. 7. Puncta vero quævis quæ dicto Motu durante una cum punctis A et L quiescunt, eo ipso quia quiescunt, oportet esse Situs sui ad A. & L. unica, Nam si moverentur pluribus locis eundem situm ad A. et L. exhibere possent, siquidem omnia eorum vestigia eundem situm ad A. et L. haberent. Jam vero ea puncta sunt sua ipsorum vestigia id est describent Circulos indefinite parvos sive evanescentes in puncta. Ita prodit Linea Recta cuius Expressio hæc erit. Posito puncto quovis eque in determinato R. dicetur $R. A. L. \text{Unicum seu si } R. A. L. \in (R) A. L. \text{ erit } R \propto (R)$

§. 8. Hinc patet Duas Rectas non transire per eadem duo puncta ut ABC et ABS. nam si in Rotatione Plani punctis A. et B. fixis totum Planum moveatur, illa rotatio efficiet ut quicquid semel fuit altero superius seu propius externo initio rotationis id facie versa fiat postea inferius seu remotius ab initio rotationis externo. At si tam Lineæ ASB quam ACB essent Rectæ, facta rotatione ad Fixa puncta A. et B. oporteret ambas quiescere ex natura Lineæ Rectæ modo ostensæ. Si ambæ quiescerent, S semper maneret supra extensum ACB. et nunquam caderet infra, quod est contra Naturam Rotationis.



§. 9. Hinc statim colligimus Rectas inter se similes esse, habere partem toti similem, quin etiam Rectam Lineam esse Simplicissimam, cum nihil aliud quam extrema ad totam suam determinationem requirant, adeoque et minimam inter extrema, & pro distantia punctorum in posterum sumi posse. Pro distantia sumetur, quia Terminis immotis, distantia Terminorum oportet esse immotam. Si ergo alia Linea inter A. et B. præter Rectam assumeretur pro distantia, etiam illa punctis A. et B. Fixis in rotatione Plani maneret immota, præter Rectam AB. etiam immotam in eadem rotatione per §. 7. Ergo darentur duæ diverse Lineæ simul immotæ in hac rotatione, quod absurdum per §. 7.

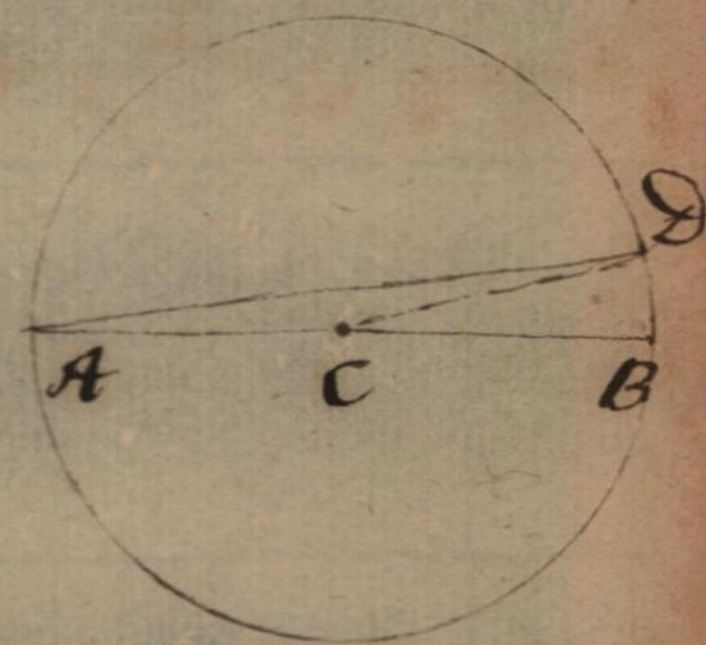
Brevissima erit, quia si alia brevior ab A. ad B. per-
tingit, ^{seu extensum} Linea assequetur distantiam se ipso majorem
quod absurdum. Si alia equalis datur, ut si esset
ASB non quidem Recta, equalis tamen recta ASE, oportet
teret distantias AS + SB. non esse majores quam AB. quia
non possunt esse majores conterminis curvis AS + SB (quae
ponuntur ipsi AB aequales) ex natura brevissimi.



Sed Euclides demonstravit esse AS + SB majores
quam AB. nullis principiis huius (Brevissima duo inter
eodem terminos non dantur) innitentibus implicite
assumptis, sed ex puris angulorum sitibus ratiocinando.
Ergo patet quod nostri asserti veritas, quod duobre-
vissima inter eodem terminos non dantur.

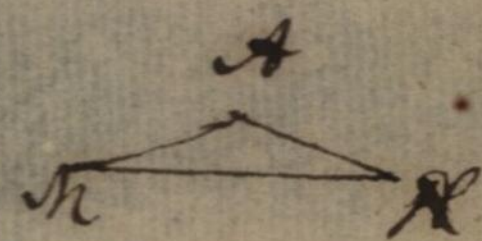
§. 10. Fortasse tamen illud Euclideanum ex pauci-
oribus etiam demonstrari potest Scilicet

Disimiles Arcus in eodem Circulo a Chordis a-
qualibus abscondi nequeunt. Id quod ex natura similium
per se constare censendum est.

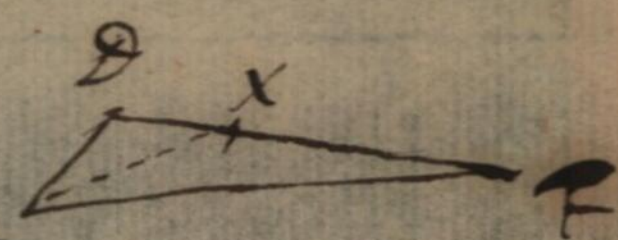


Itaque Diameter AB major est Chorda AD
Nam Chorda AD abscondit Arcum dissimilem dimi-
dio Circuli AB (alias ab A ad B rediret contra §. 8.
Ergo per positum principium non erit AD = AB.
Sed nec AD > AB, quia CA + CD = AB duplum
Radii duplo Radii. Ergo hoc pacto esset AD > CA + CD
Brevissimum magis altero inter eodem terminis intercepto
quod absurdum. Cum ergo Chorda AD nec
equalis sit Diametro nec major, patet Diametrum
quamvis Chorda majorem esse. Hinc sequitur tertium

Trianguli Isoscelis AMN. Duo latera tertio
sunt maiora Nam Circulum Centro A, per M
et N ducendo AM + AN aequantur Diametro
seu duplo Radii sed MN modo fiet Chorda egi Circuli
Ergo ut paulo ante probatum AM + AN > MN

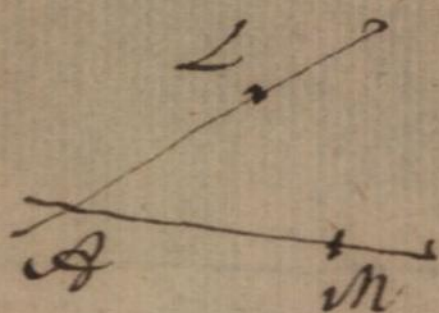


Denique dico in quocumque Triangulo duo latera
reliquo esse maiora DE + DF > EF. Nam
abscondo DX = DE, Ergo DE + DX > EX, ut de Tri-
angulo Isoscele ostensum. Adde utrinque XF Ergo
DE + DX + XF > EX + XF. Id est DE + DF > EX + XF (X)



Aut igitur DE + DF minime erit brevissimo EF, quod absurdum
per §. 9. aut aequale (et sic per ea quae ad litteram N. probavi
erit EF > EX + XF Brevissimum alio cointercepto quod absurdum)
aut denique DE + DF magis erit quam EF quod erat demonstrandum

§. 11. Ut Linea Recta est locus omnium punctorum
 sui situs ad duo puncta unicorum, ita Planum est
 locus omnium punctorum sui situs ad tria puncta
 unicorum, unde patet, etiam assumtis duabus re-
 ctis se interfecantibus haberi Planum. Esto enim
 Recta per $A. L.$ et alia per $A. M.$ Habemus tria puncta
 $A. L. M.$ nec tantum determinata sunt puncta omnia
 Recta per AL et omnia Recta per AM sed et omnes
 distantiae a quovis puncto unig Recta ad quodvis punctum
 alterius rectae, adeoque quodvis punctum in quavis harum
 distantiarum (quae etiam sunt Lineae Rectae) determina-
 tum est seu sui situs ad $A. L. M.$ unicum



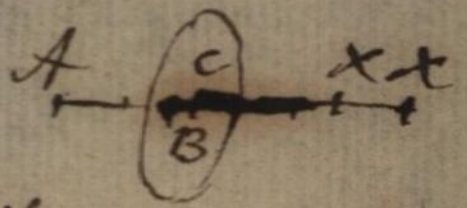
§. 12. Nam Recta per $L.$ omnia puncta vocentur Y et Re-
 cta per $A. M.$ omnia puncta appellentur Z erit ita
 $A. L. Y.$ unicum & $A. M. Z.$ unicum Ex ipsis Y
 unum sit H , & ex ipsis Z unum sit N erit $A. L. H.$ unicum
 et $A. M. N.$ unicum. Sumatur alius locus cujus
 quodvis punctum V sit unicum sui situs ad $H. N.$

Sed ipsum $H.$ est unicum ad $A. L.$ & ipsum $N.$
 est unicum ad $A. M.$ Ergo $V.$ erit unicum ad
 $A. L. A. M.$ Nam in Determinationibus pro Deter-
 minato substitui possunt Determinantia Cum
 ergo sit $V.$ ad $A. L. A. M.$ unicum & repetitio
 eiusdem $A.$ supervacanea sit, saltem inde inferetur
 esse $V.$ ad $A. L. M.$ unicum. id est omnia pun-
 cta $V.$ esse in eodem Plano cum $A. L. M.$ quia
 Planum est locus omnium punctorum sui situs
 ad tria puncta Fixa Unicorum.

§. 13. Legetur etiam Duo Plana sese secare
 in Linea Recta. Sit $X.$ unicum ad $A. B. C.$
 et $Y.$ unicum ad $L. M. N.$ Puncta vero utri-
 usq. Plani communia omnia vocentur $Z.$ ita
 ut puncta Z sint unica sui situs tam ad $A. B. C.$
 quam ad $L. M. N.$ Ergo omnia $Z.$ tam $X.$
 erunt quam $Y.$ Producantur Distantiae $L. M.$
 $L. N.$ et $M. N.$ dum Plano per $A. B. C.$ occurrat
 in $q. u. \& v.$ quod fieri necesse est quia planum
 quodvis secat totum spatium & Sectio Commu-
 nis procedit in Infinitum Item Omnis Recta
 procedet in infinitum. Necesse igitur est ut
 ad illud Planum seu ad Sectionem Communem perveniat.

§. 14. Sed ne moveatur Objectio, forsan unam inter
 Distantias $L. M. N.$ esse Sectioni Parallelam, Duo nobis
 puncta $q. \& v.$ Sufficiunt. Quod si vero omnia tria
 in Sectionem cadant nihilominus ex duobus eorum
 determinatis determinatum erit tertium, alioqui si tria
 essent indeterminata inter se determinarent Planum
 in ipsa intersectione Planorum, quod absurdum
 quia sic ipsa quoque intersectio Planum foret. Itaque
 fiet $L. q. v.$ unicuique id est omnia puncta $L.$ cadent
 in Lineam Rectam. Hinc quia ~~tres~~ Rectae se mu-
 tuo non nisi in unico puncto secare possunt, trium
 Planorum intersectio punctum erit.

§. 15. Videndum etiam quid fiat, si tres superficies
 Sphaericae se secant, ubi locus intersectionis extensum esse nequit
 Neque enim duarum Linearum Sectio Extensum est. Facile autem
 ostendi potest, per duo puncta innumeros transire circulos.
 et si possit etiam aliquando Circulus Circulum attingere sal-
 tem in uno puncto, etiam tum, quando non sunt in eodem
 Plano, et si se non tangant. Circulum vero ex tribus
 punctis determinari manifestum est. Nam ex duobus pun-
 ctis $A. \& B$ determinatur Recta ^{cujus omnia puncta} ad duo puncta haec se
 habent eodem modo, inter quae etiam est Centrum Circuli
 Similis locus punctorum ad B et C eodem modo se habet
 tum, (inter quae idem Centrum esse debet) extrahat in Re-
 ctam punctis $B. \& C.$ determinatam. Ergo Centrum Cir-
 culi est in ambabus istis Rectis, id est in earum Intersectione
 Sive: Ergo intersectio ambarum Rectarum est punctum
 ejusdem relationis ad $(B. C. B. A. \& cum B$ repetere
 supervacaneum sit ad) $B. C. A.$ quod punctum omnino de-
 bet esse Centrum Circuli per $A. B. C.$ Sed nos supra defini-
 vimus Circumferentiam Circuli, locum punctorum eodem
 modo se habentium ad duo puncta Fixa. Hinc Circulus
 erit Locus punctorum eodem modo se habentium ad quodvis
 punctum Recta per AB , determinata substituendo pro Determinatibus



§. 16. Sumantur tria puncta in Circumferentia huius
 Circuli & Planum per ea transiens, cui occurrat Recta
 per AB in Puncto quod sit $C.$ Ergo Circumferentia est lo-
 cus punctorum eodem modo se habentium ad $C.$ ostenden-
 dum erit omnia puncta Peripherie cadere in hoc Planum
 per tria puncta Peripherie ipsius ductum. Quod fiet si
 ostendatur Planum esse locum omnium punctorum ad duo quae-
 dam puncta eodem modo se habentium. Rectam vero esse lo-

cum omnium punctorum eodem modo se habentium ad tria quadam puncta. Sint puncta $A. B. C.$ Duarum quarumcunque Sphaerarum circa A & circa $B.$ intersectiones, quae cadent in Planum. Idem est de duabus quibuscunque Sphaeris circa $A.$ & $C.$ Inde, quia hoc sufficit ad determinandum, Consequens est, Planum inter ~~$B.$ & $C.$~~ intersectionibus Sphaerarum circa $A.$ & $B.$ & Planum ex intersectionibus Sphaerarum circa $B.$ & $C.$ aut circa $A.$ & $C.$ eandem determinare Rectam ad quavis puncta huius Plani eodem modo se habentem; ad quae illius Rectae in illud planum eodem modo se habet

A

B

C

A

B

$\S. 17.$ In Plano quoque possumus concipere Rectam ut locum omnium punctorum eodem modo se habentium ad duo tantum puncta $A.$ & $B.$ Ideoque omnes Circuli ~~rectae~~ aequales circa $A.$ et $B.$ se secabunt in hoc loco seu in hac Linea Recta. Hic modus locum determinandi diversus est a priore. Aliud enim est dicere, locum omnium punctorum eodem modo se habentium ad duo puncta $A.$ et $B.$ esse Rectam. Aliud locum omnium punctorum eodem modo se habentium ad $A.$ ut ad $B.$ esse Planum. Nam prior proprietas sic exprimitur: $A.B.C. \subset A.B.Y.$ in solido. Locus omnium $Y.$ Recta sed posterior proprietas sic exprimitur: $A.Y. \subset B.Y.$ erit locus omnium $Y.$ Planum Sed, si omnia $Y.$ sint in eodem Plano, cum AB & inter se posito $A.Y. \subset B.Y.$ erit locus omnium $Y.$ Linea Recta

Ex $A.B.C. \subset A.B.Y.$ sequitur $AC \subset AY$ & $BC \subset BY$ unde constat $Y.$ cadere in Sphaeram Centro $A.$ Radio AC & in Sphaeram Centro $B.$ radio BC

$\S. 18.$ Ex Contactibus etiam Sphaerarum in uno puncto sequitur dari locum unicorum ad duo puncta, vel vicissim ex hoc sequitur Contactus Sphaerarum in uno puncto Idem est in Plano de Contactibus Circulorum. $FA \subset FB \subset LA \subset LB.$ Sic $GA \subset GB \subset MA \subset MB.$ nempe Circuli Centro $A.$ radio AE descriptus cum sit E infra Rectam & $A.$ supra Rectam, secabit eam bis in F & L , quae sectionum puncta sibi continuo appropinquant, $F.$ transferendo in $G.$ $H.$ etc: & $L.$ in $M.$ $N.$ etc: Ubi autem sibi occurrant, ibi in unum coalescent in $D.$ eritq; ibi duorum Circulorum Contactus Atque si $A.$ & $B.$ sint ea ad quae omne punctum rectae FL eodem modo se habet, erit $D.$ sui situs ad ea unicum et in Recta per $A.$ $B.$ cadet. Videtur etiam sequi has Rectas se non nisi in uno puncto secare.

$P. G. H. D. N. M. L.$

A

B