

(1) Punctum puncto simile est, ~~Figurarum per notas, observationes miscellae et geometricae generalia~~

(1) punctum puncto simile est, ~~A~~ ~~B~~ $a \approx b$

(2) Punctum puncto aequale est ~~A~~ ~~B~~ $a = b$

(3) Punctum puncto congruis ~~A~~ ~~B~~ $a \approx b$

Hae usque habebunt aliorum quo per certa puncta determinantur
~~Quicquid in puncto est puncto congruis~~
~~Similitudinis et aequalitatis aut congruentiae demonstrandas~~
~~sen si B sit in A erit A $\approx$ B~~ ~~add. infra §. 60.~~

(4) Punctum puncto, in quo assumitur ~~A~~ ~~B~~ $a \approx b$

coincidet, sen si sit ~~B~~ ~~in A~~ ~~erit A $\approx$ B.~~
~~add. §. 60 infra~~

Si plura puncta aliquam communem proprietatem habeant, et ideo unum quodq. ex ipsis communis nomine appellatur X . ~~et~~ tunc locum omnibz. communem et solis proprium appellabimus $\bar{X}$. Sive $\bar{X}$ significabit:

(5) omne punctum X esse in $\bar{X}$, et

(6) omne punctum in $\bar{X}$ esse X .

~~Si $\bar{X} \approx \bar{Y}$ erit $\bar{X} \approx \bar{Y}$~~

~~hoc est unumquodq. punctum, alicuius extensi coincidit alteri puncto~~

~~Si omne X est Y et omne Y est X~~

~~erit $\bar{X} \approx \bar{Y}$. et si $\bar{X} \approx \bar{Y}$, omne X est Y , et omne Y est X~~

(7) Si omne X est Y , ~~et~~ ~~quoddam~~ ~~Y in X~~ , erit $\bar{X}$ in $\bar{Y}$.

(8) ~~et~~ si $\bar{X}$ est in $\bar{Y}$ omne X erit Y .

(9) Si $\bar{X}$ sit in $\bar{Y}$ et $\bar{Y}$ sit in $\bar{X}$, tunc $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ coincident.

(10) si $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ coincidunt, $\bar{X}$ erit in $\bar{Y}$, et $\bar{Y}$ erit in $\bar{X}$

Circa Geometrica
 Generalia et Calculum
 Situs seu picturam
 Characteristicam
 Observationes
 Miscellae
 ad constituendam Analyt.
 Geometricam plane novam
 praecludentes.

(4) Punctum generaliter quicquid in puncto
 situm est cum ipso puncto coincidit

(11) Si A ~~est~~ ^{est} in $\bar{x}$ et $\bar{x}$ in $\bar{y}$ erit A in $\bar{y}$

Hoc ita demonstratur. Si A est in $\bar{x}$
 ubi A est x . ~~(per artic. 6) A est aliquid~~
~~ex punctis quae vocantur x .~~ ~~in~~
~~omne x est y . (quia $\bar{x}$ est in $\bar{y}$)~~
~~ergo A est y . Ergo A est in $\bar{y}$.~~

~~† (ex Logica communis)~~

Tam cum $\bar{x}$ sit in $\bar{y}$ ex hypothesi
~~est~~ omne x erit y (per 8) ~~ergo~~
 Ergo (per Logicam communem) Etiam
 A erit $\in y$. Ergo (per 5) A erit in $\bar{y}$
 Quod erat demonstrandum. Posset
 ita enuntiarī hoc propositio, continens
 contenti est continens contentis
 est continens contenti.

~~Si sumto quocunque x sumi potest~~
~~aliquid y respondens~~

~~si $\bar{x}$ et $\bar{y}$ sint similia,~~

~~Punctum spatij est immobile~~

~~punctum corporis est mobile.~~

~~Omnis punctum corporis alieni~~

~~punctum spatij coincidet~~

~~Congrua sunt $\bar{x}$ et $\bar{y}$ quae~~

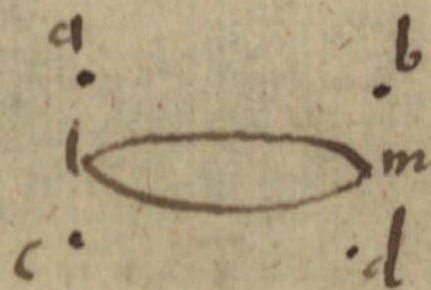
~~non nisi respectu ad aliquid aliud~~
~~differre possunt.~~

~~Transformatio est~~

(12) Si idem est situs punctorum a et b
 inter se, qui punctorum c et d tunc

~~(eadem puncta corporis rigidi et tunc~~
~~corporis rigidi puncta l et m , quae~~
~~possunt applicari ipsis a et b .~~

(13) Et contra, si hoc fieri potest, idem erit
 situs punctorum.



(14) idem ~~est~~ situs puncti ~~a~~ ad ~~b~~ qui puncti ~~a~~ ~~ad~~ ~~b~~ ad ~~a~~
(15) Si corporis rigidi puncta ~~a~~ ~~et~~ ~~m~~
possunt applicari punctis ~~a~~ et ~~b~~, illud illi;

~~istud~~ ~~istis~~ ~~poterunt~~ ~~vicissim~~ ~~se~~, ~~ut~~
et quidem ~~l~~ ipsi ~~a~~, et ~~m~~ ipsi ~~b~~,
poterunt etiam vicissim applicari
~~l~~ ipsi ~~b~~, et ~~m~~ ipsi ~~a~~. Nam idem
est situs puncti ~~a~~ ad punctum ~~b~~ qui
puncti ~~b~~ ad punctum ~~a~~ (per 14)
Ergo (per 12.) fieri potest quod
sistum est.

(16) ~~determinatus est situs~~
~~si determinatus sit corpus rigidum,~~
~~quod duo puncta sunt puncta~~
corporis rigidi, quod ~~per~~ determinati,
qua data puncta simul attingere
possunt, determinatus erit punctorum datorum
situs inter se. de determinato add. §. 25. 65.

(17) a. b. significat situm punctorum
~~a~~ et ~~b~~ inter se. et a. b. c. significat
situm trium punctorum ~~a~~ et ~~b~~ etc. inter se.

(18) Si datur a. b. c. datur a. b.

(19) Si datur a. b. et a. c. et b. c.
datur a. b. c.

(20) a. b. ~~est~~ $\cong$ ~~est~~ c. d. significat
eundem esse situm inter puncta ~~a~~ et ~~b~~,
qui inter puncta ~~c~~ et ~~d~~, seu
rigidum aliquod intelligi posse cuius
extrema sunt ~~a~~ et ~~b~~, congruam
rigido cuius extrema sunt ~~c~~ et ~~d~~.
Sed puncta ~~a~~ et ~~b~~ posse
congruere punctis ~~c~~ et ~~d~~, salvo
situm quem ~~a~~ et ~~b~~ habent inter se,

(25) Similia sunt quae separatim considerata discerni non possunt, sed opus est vel ambo inter se, vel tertium aliquod utriusque comparari. ita si duo triangula ~~certa~~ figurae sint similes ~~nona proprietate nulla~~ nulla propositio (quae nihil foriusecens assumat) potest enunciari de una quae non enunciari potest et de altera. ~~Haec datur de duobus~~ ut si vult inuicem collationem in duobus concludere ex eadem

+ seu in quibus per se considerata nonnullum notari potest attributum discriminans

(26) Si similia sunt determinantia, et ipse determinandi modus similis, etiam similia erunt determinata. De determinatione infra §. 65. 75.

by situ atq; ordine, vel etiam proportionibus partium aut linearum vel angulorum inter se, et angulorum cum recto comparatorum. Sed si nihil tale notari possit tunc non dubitabit oculi unde alterum ab altero discernat, vel ambo foriusecens simul spectet, ut aliquam mensuram (qualis mensura naturalis in homine sunt membra) ab uno in alterum secum deferat. Quod si notabile magnitudinis discriminum sit etiam fundus oculi secum deferat. Hinc ex. gr. duo Circuli sunt similes unumquemque in seipsum examina separatim, duo tamen quos visus, considera angulorum rationes ad rectam, et rectarum linearum rectorum rationes inter se. nihil reperies in uno quod non repere in alio, notabis in uno quod non et in altero sit notatur. At si duas Ellipses (una quaelibet) conferas facile notabis dissimilitudinem. Ad hoc enim ex centro duos radios inter radios quoslibet per punctum habent in rectam usque ad apicem assumpto, et nota quod ratio ad apicem Ellipsos, idem facit in alia Ellipse. Eodem angulo, descriptum deperdetur aliam rationem. Et ita facile unam ab alia discernere

(27) Itine Triangula aequiangula sunt similia, nam dato uno latere et duobus (adeoque tribus) angulis determinatum est triangulum. Si ergo anguli utrobique iidem, cum latere lateri simile sit, ~~non~~ nihil apparet in determinatibus quod non ~~non~~ nihil apparet in determinatibus quod non ~~utrobique~~ potest eodem modo notari, recta latera ~~recta~~ similis est anguli autem cum recta conferri non possunt. unde ~~sumi~~ possit ~~discriminans~~ ~~pro uno~~ elici possit, unde ~~discriminans~~ attributum unum ~~pro uno~~ elici possit, quod non et elici possit per altero

(28) Similia autem Triangula habent latera proportionalia, alioqui notari posset aliqua laterum proportio in uno, quae non notari posset in altero.

(29) Ergo per praecedentem Triangula aequiangula habent latera proportionalia.

(30) Contra triangula quorum latera proportionalia sunt aequiangula. Nam data tria latera sunt proportionalia est determinatum, si iam latera sunt proportionalia nullum in determinatibus nempe lateribus, ~~et~~ discriminans attributum reperiri potest. Ergo sunt similia; Ergo utrobique eadem ratio angulorum ~~inter se~~ ejusdem trianguli tum inter se, tum cum summa. Summa autem ~~angulorum~~ ~~angulorum~~ utrobique eadem (facit enim duos rectos) Ergo et Anguli (eandem rationem utrobique habentes ad hanc summam, alioqui discriminans notari posset) utrobique iidem erunt.

(31) Quae sunt similia secundum unum determinandi modum, etiam sunt similia quoad alium determinandi modum, ite duo triangula si sunt similia respectu laterum, seu habeant eandem rationem singulorum laterum ad summam laterum, etiam sunt similia respectu angulorum seu habeant eandem rationem singulorum angulorum ad summam angulorum

* cum quia omnis linea extendi possit in rectam,
omnis superficies explanari conveit, in quadra-
tum omne solidum converti in cubum. Sed et
recta simili recto quadratum quod recto
cubo, cubo pariter omnes lineas, superficies
solida inter se homogenea esse

* in eadem sit celeritas, tempus inaequale
erunt ut tempora

(31) Transformatio est mutatio quae fit in eadem
et invariabilis ita fit quae ut simplicissima
quae in sunt utrobique eadem sunt. ~~ita~~
quoniam cum aliquando partes mutantur, et
in ~~transformatione~~ quadratum mutetur in
triangulum rectangulum, si scilicet aliquam
partem nullam partem mutant, sed puncta tantum, et
circuli mutantur in quadratum aequale.

(36) Si A sit p B erit B q A

(31) Homogenea sunt quae vel sunt
similia, vel transformatione possunt similia
reddi, ut linea recta et circularis, super-
ficies gibba et plana. Nam definitio homogeneorum
quae Euclides utitur huc accommodari non potest, quia
ut minima quidem portio congrua potest referri, adeo-
que communis mensura quantumlibet exacte appropinquare
possit. Videntur et comparari posse a causa generalitate
nam si punctum movetur tota aqua duo puncta
moveantur aequali celeritate, et tempore linea de-
scripta licet dissimiles, tamen erunt aequales. ~~et~~
ita homogenea erunt quorum ratio ~~est~~ potest
tamen Euclidea quoque ratio ~~est~~ definitio. Huc accom-
modari, si curva et gibba considerentur ut polygoni
aut polyedra infinitangula. Adhuc infra 3.35

(32) Aequalia sunt quae vel congrua sunt
vel transformatione possunt congrua reddi

(33) Maior est cuius pars alteri (minori)

(34) Minus est quod alteri (maiori) parti
aequale est. ~~nam si A sit p B erit B q A~~

(35) Hic demonstratur partem esse minorem
toto, seu totum esse maius parte. Nam pars est
aequalis parti totae (nunc sibi) ergo minor toto.

(37) Si quid nec maius sit nec minus, et
tamen homogeneum erit aequale. Nam
cum homogeneum sit simile reddi poterit, fiat
ergo simile cumque omnia similia possunt intelligi
ex se invicem fieri continuo incremento vel
decremento seu communem habere genera-
tionem utique id quod prius generabitur in
crescendo (decrecendo) minus (maius) erit
transformatum sicut a maiore aequale. Vel
omnia intermedia erunt aequale. Vel
tamen si similia simi. Si A sit p B sit q
A sit p q B sit q A sit p B sit q A sit p B
ita transformatum sit A sit p simile ipse B.
jam similitudo alius simile ipse B similitudo alia
hinc ipse B similis erit C quoniam A sit p B sit q
D sit q C sit q B sit q A sit p D sit q
quoniam A sit p B sit q C sit q B sit q A sit p
generabuntur quae aequalia quo propositio
haberi poterit per nova definitione aequalitatis
idem tamen demonstrari poterit et ex definitione
superiore cum duo illa proposita erunt similia
et applicentur sibi respondenda respondentibus
tunc vel congruent et erunt aequalia, vel

unum ubiq; excedet, alioqui non erunt similia
 sed si unum non ubiq; excedet, alioqui non erunt
 flos termini eorum alicubi se se fecerunt, alicubi
 non fecerunt, quod est absurdum, nam respon-
 dentia tantum coincidere debent, sed hoc si
 opus est, accuratius demonstrari poterunt. Breiter
 quod similia sunt, non nisi magnitudine possunt
 differre. Hinc conclusio: ~~si~~

(37) ~~Quod similia et equalia sunt~~ si
 $A \sim B$ et $A \sim C$ et $A \sim B$ et $A \sim C$
 erit $A = B$.

(38) ~~partes~~ partes quidem totius incommuni-
 cantes voco, quae nullam habent partem
 communem. Communiter quae habent.

(39) Totum et summa omnium partium
 incommunicantium aequantur inter se, conjungendo
 enim has partes vide fit totum, vel dividendo totum
 vide fiunt haec partes. Ergo fieri possunt coincidentia
 ergo et congrua multo magis (nam omnia
 coincidentia multo magis sunt congrua, siue
 unum quodq; congruit sibi) quae autem congrua
 fieri possunt equalia sunt.

(40) ~~Obble~~ Obble Duo coincidentia sunt congrua
 seu unum quodq; congruit sibi. ~~si~~ $A \sim B$
 erit $A \sim B$. vel in notis si $A \sim B$
 erit $A \sim B$.

(41) Quae congrua sunt, etiam equalia
 sunt, si $A \sim B$ erit $A = B$.

(42) Quae congrua sunt etiam similia
 sunt, si $A \sim B$ erit $A \sim B$.

(43) Quae simul similia et equalia sunt,
 congrua sunt. si $A \sim B$ et $A = B$ erit $A \sim B$.

(44) Quae similia sunt, homogenea sunt, seu
 si $A \sim B$ erit A Homog. B . patet ex §. 31.

(45) Distancia est minima ab uno
 ad aliud linea magnitudo, ut distancia
 duorum punctorum est recta, puncti a recta
 est perpendicularis. Eam ita exprimo: AB .

(46) Si puncta A et B magis distant
 quam puncta C et D , tunc ~~est~~ in qua
 liber linea ab A ad B ducta sumi potest
 punctum cuius idem est situs ad A qui est
 situs inter C ad D . quid sit vide supra §. 12.

(38) si B sit in A et ambo sint homogenea
 nec tamen coincidunt, erit B pars A habens
 erit A totum, B pars. Homogenea autem ita
 definita sunt, quemadmodum supra a nobis
 factum est §. 31, ne sit et eadem notio totum
 et partem presupponat, alioqui fit circulus.

(43) Congrua definita quae differunt etiam collata
 non possunt, nisi alius sit sensus, ut duo ora
 equalia et similia non nisi sit ad externa differant
 hic. Hinc utiq; obble. Legimus §. 41. et 43.
 sequitur etiam §. 43. ~~quod~~ quod equalia sunt congrua
 sunt aut talia transformatione reddi possunt
 quae vel similia sunt transformatione de opus
 ubi habent

+ (vel B)

4

† alibi enim incipiet in eo esse cum
paulo ante extra esset

† nimirum si sumatur aliqua pars extensi et
in divisio sive separatio a partibus reliquis
incommuni terminatur. Ad hanc communem
terminum habent in ipso communi termino
conspiciatur necesse est separatorem ad punctum
redire unde inceperat quia punctum initiale et finale
separationis communi inest sicut coactionem et incipit
separationem punctum vero finale separationis
sine separationem et incipit ad finem. Quia
separandum dicitur sicut initiale et
finale separationis punctum coincidant

posset ita enumerari ~~et~~ ~~et~~ ~~et~~
si AB p CD, et sit AXB ~~et~~ ~~et~~
erit aliquod punctum E quod sit X ~~et~~
erit ~~et~~ ~~et~~ ita ~~et~~ ~~et~~ tale, ut E sit X
et AE $\approx$ CD. Hoc demonstrari potest.
quia tendendo a puncto ad punctum, non
potest pervenire ad maiorem distantiam
nisi per minorem. Nempe generaliter:

(47) In omni continua ~~transfusa~~ mutatione
a minori variatione pervenitur ad maiorem
per omnes intermediarias.

(48) Omne continuum, quod partem ^{extensum} intra
partem contra aliud est, extremum eius
secat.

(49) Secant ^{extremum vel} intelligitur quod ambiguit
aliquis, ut ab aliquo extenso si ultra sunt
duo puncta assumi possunt ab
a communi concursu intervallo quantolibet
parvo distantia, quorum unus extra alterum
intra ambitum cadit.

(50) Tangit quod cum ad aliquod tendat
ubi ad ipsum pervenit, item ab eo
recedit. Itaque quod tangit comparari
potest bis secant. Quod ubi ingressum est
et rursum egreditur, et proinde se det tam
in ingressu quam in egressu punctum
a momentum autem ingressu et egressu
coincideret intelliguntur in eodem contactu
et puncto immersa intra ambitum censebitur
infinita parva.

(51) Omnis linea in se rediens, sit a super.
ficie in qua ducitur partem ab se dividit
in duas partes ita ut a puncto in una
parte posito non possit duci linea ad
punctum in altera posito quia lineam
illam secet.

(52) Omnis superficies integra alicuius
corporis finiti, ita ipsum claudit ut non
possit a puncto extra corpus ad punctum
intra corpus linea duci, quia superficiem
illam secet.

(53) Linea est via puncti, & ut si punctum
mobile sit $\dot{X}$ loci, eiq. successione eul
linea $\bar{X}$. ~~est~~ $\bar{X}$ vel $\bar{X}M$

(54) Superficies est via lineae, in priora
vestigia non incidentis, poterit designari per $\bar{X}$ vel per $\bar{X}M$

(55) Corpus est via superficiei
~~est~~ in priora vestigia non incidentis
poterit designari per $\bar{X}$ vel per
 $\bar{X}M$

(56) Corpus ~~non~~ tangi moveri non potest,
quia ~~non~~ in priora vestigia incidat, et ideo
non datur alia dimensio super lineam superficiei
et corpus. scilicet in extenso, nam si ~~poterit addatur~~
motus addatur, ~~ascendi potest in infini~~ poterit
motum addatur potentia, Ascendi potest in
infinitum quod tamen nihil ~~novas~~ variat
in extensione, nec novas figuras producit.

(56) Extensum est in quo assumi possunt numeri
indefinita quae situm habent

(56) Ea est sitis natura, ut omnia quae habent
situm ad aliqua habeant etiam situm inter se

(57) Punctum est terminus lineae

(58) Superficies est terminus superficiei

(59) Superficies est terminus corporis

(60) Punctum est terminus in extenso ~~est~~ situm habent

~~simplicissimum~~ seu quod situm habet ~~est~~ situm habent

~~extensionem~~ non habet, ex de ~~extensione~~ situm habent

(61) Spatium est extensum absolutum in quo se se speculat, nihil aliud considerari potest

~~seu maximum~~ situm quod extensionem habet ~~est~~ situm habent

~~situm vero non habet~~ ~~est~~ situm habent

(62) Omnia puncta sunt in eodem

spatio. seu dari potest corpus quocumque data puncta comprehendens

(62) Omne ~~dat~~ puncta quolibet situm

habent inter se.

(63) A quolibet puncto ad quodlibet duci

potest linea

(64) A puncto quolibet duci potest

linea tangens per

puncta data quocumque et evitans puncta

data quocumque. quod sic demonstratur. Sit

corpus continens simul omnia puncta data tam

attingenda quam evitanda, ex eo eximantur partes

continentes puncta evitanda, tum exigua quantum

satis est ad ~~non~~ situm, ut puncta reliqua

relinquenda seu attingenda. ~~scilicet~~ ~~est~~ situm habent

illis partibus corpus nihilominus maneat continuum, ~~est~~ situm habent

per omnia puncta ~~est~~ situm habent

(63) per quolibet puncta ^{numeri finita} eidem corpori continui
duci potest linea quae illo corpore ~~non~~ non
egreditur



$\neq$ nisi determinata sint determinan-
tibz homogenea.

Et enim circuli crento sunt
similes quadratum quadra-
to simile et anody appli-
candi circuli ad quadratum
etiam similes utrobique

AE ~~CE~~ (F)

quia Evangelica non sunt

6

adde supra §. 26



similis est, nisi quod
ad eam congruat cum
latus rectum et transver-
sum proportionat. At

+ in eodem plano vel
in planis oppositis duobus
vel coincidentibus

+ nec ex hoc nostro axioma
demonstrari potest

hinc per se ipsa multiplicata producentur 9, quod tamen aequalia non sunt cum
differentia eorum sit 6, non ergo potest
potentia existentibus aequalibus radicibus
equalibus, et si per radicibus existentibus aequa-
libus potentibus sunt aequalibus.

reflexivis, qualis ista est, si quis dicat: ^{arbitrary}
concupi potest sine ullo respectu ad planum
quodammodo si quis rursus agere velit, se-
quens hoc substituitur etiam in reflexivis

in propositionibus scilicet quae directae sunt
nec in ipsum considerandum modum
arcus circuli, et si quis substituitur
arbitrario, non sunt exceptis proportionibus

(74) Si determinata sint similia ~~et~~
~~determinant~~ idem determinandi modus
etiam determinata erunt similia
hinc omnes circuli sunt similes inter se
item omnia quadrata ~~et~~ parabola
parabola (co sensu quo ego similitudinem
definivi) similis non est nec enim
unde quodam in quo discernitur non
possit generari ~~et~~ elliptis elliptis. ~~Itaque~~
linea parallela ellipti non est elliptis
et linea parallela parabola non est parabola
quoniam autem lineae parallelae sunt dicemus
suo loco

(75) Si determinata sint coincidentia
idem determinandi modus etiam determinata
erunt coincidentia ita ~~dati~~ si
planum et in eo centrum sint positione
data, et radii magnitudine, circuli est de-
terminatus. Si ergo duo circuli esse dicantur
quorum radii aequales sunt, et reperiatur
eorum centra coincidere ipsi circuli coinci-
dent, ~~idem est si reperiatur et planum et~~

(76) Si A sit simile, aequale, congruum
coincidentes, ipsi B, et B ipsi C, erit et
A ipsi C.

(77) Aequalia possunt substitui in
locum aequalium salva aequalitate, seu si
equalibus addas adimisque aequalia vel equalia
multiplices aut divides per equalia producent
equalia. Illud vero non sequitur quocumque
in se ipsa ducta producent equalia sunt
inter se equalia, nam +3 et -3 ~~producent~~
producent 9, quod tamen aequalia non sunt cum
differentia eorum sit 6, non ergo potest
potentia existentibus aequalibus radicibus
equalibus, et si per radicibus existentibus aequa-
libus potentibus sunt aequalibus.

(78) Congrua possunt substitui in
locum congruorum salva congruitate

(79) Coincidentia possunt substitui
in locum coincidentium salvo omnibus
quibus coincidunt, eadem definitio quae
sibi aliis substitui possunt salva veritate #

(79) Si ~~et~~ B sit A, et C sit A, et veni
B et C coincidant sicut sit B ∞ C dicetur
esse ~~non unum~~ ~~sed~~ unum A.

(80) Si ~~et~~ B sit A, et C sit A,
et B non sit C, nec C sit B dicentur
esse duo A, Si B sit A, et C sit A
~~et~~ et D sit A; et B non sit C neque D
et C neque sit B neque D, et D non sit B neque C
dicentur esse tria A. Et ita porro.

Et universum cum non tantum unum est A,
dicuntur esse plura. atque hoc origo
est Numerorum. ~~et~~ hoc ipsa expressio
in Symbolo Athanasii ~~et~~ observatur quoniam ~~et~~ ibi usus est
~~quoniam~~ huius definitioni videatur contradicere,
sed tollitur contradictio distinctione.